



MATEMATIKBANKEN

BASISMATEMATIK

| Bogstavsregning | Brøker | Ligninger |
| Procent | Moms | Potens | Rødder |

INDHOLDSFORTEGNELSE

Matematikbanken.....	1
Basismatematik.....	1
Indholdsfortegnelse	2
Lektionsplan	4
Læringsmål	6
Vurdering af læringsmål.....	7
OBS til eleven:	8
Algebra og reduktion	9
Regnehierarkiet 	10
Teori om algebra og reduktion	11
Brøker.....	17
Teori om brøker	18
Forkorte og forlænge brøker	18
Ægte og uægte brøker	18
Addition og subtraktion (lægge sammen og trække fra).....	18
Multiplikation (gange).....	19
Division.....	19
Opgaver	20
Aktivmatematik #2: Brøk-pong.....	25
Procent del 1	26
Teori om procent	26
Aktivmatematik #16: BRØKDOMINO	27
Opgaver	28
Brug af elektroniske hjælpemidler.....	28
Finde procent	29
Find hvor stor en procentdel et tal udgør i forhold til et andet tal	29
Find en stigning eller fald i procent	30
Find en procentdel af et tal.....	34
Finde hele tallet ud fra en procentdel	36
Find et tal, efter en procentdel er lagt til.....	38
Find et tal, efter en procentdel er trukket fra	39

Tekstopgaver til procent	40
Moms	43
Introduktion til moms	43
Læg moms til	43
Træk moms fra	44
Finde momsen som beløb	45
Tekstopgaver til moms	46
Procent del 2	47
Finde det oprindelige tal, når man kender tallet efter procent er lagt til.	47
Aktivmatematik: Aktivitet #30: PROCENT-STAFET	49
Ligninger	50
Opgaver	52
Tekst → Ligning → Løsning → Konklusion	54
Aktivmatematik: Aktivitet #19: LIGNINGER I RÆKKEFØLGE	58
Uligheder	59
Opgaver	59
Tekstopgaver til uligheder	60
Omskrivning af formler	62
Opgaver	63
Bevis med ligninger	65
Opgaver	66
Potens og rødder	67
Potens	68
Potensregler	69
Aktivmatematik: Aktivitet #33: POTENS-KONKURRENCE	70
Rødder	73
Introduktion	73
Navne på rødder	73
Regler for rødder	74
Sammenhæng mellem potens og rødder	76
Aktivmatematik: Aktivitet #32: Fangeleg til potens	77

LEKTIONSPLAN

(Lektionerne i planen er på 70 min.)

1. Lektion - Algebra, regnehierarkiet og reduktion

Husk: Print målskemaer + Udregningspapir + Link til Kahoot (<http://matematikbanken.dk/L/206/>)

- Introduktion til basismatematik
- Udfylde målskema (frivilligt)
- Downloade formelsamling + kompendium
- Gennemgang af regnehierarkiet
- Lav Kahoot om regnehierarkiet
 - Link til elev(pc): <http://kahoot.it>
- Teori om algebra og reduktion
- Fortælle om antallet af stjerner niveau
- Løse opgaverne for alle og derefter opgaver på eget niveau
- Opsamling på opgaverne for alle

2. Lektion - Brøker

Husk: Husk materialer til "Brøkpong" (6 forskellige krus pr. gruppe + papirkugle + papir til udregning + Print "Alle-opgave 1"

- Gennemgang af teori om brøker
- Løs opgaver på eget niveau (Husk print af opgave 1 (alle))
Løs Geogebraopgaver
- "Aktivt matematik" #2 - "Brøk-pong" (Kun nogle elever når til udvidet niveau)
<https://www.matematikbanken.dk/aktiv/2/>

3. Lektion - Procent 1

Husk: Brikker til Brøkdmino

- Evt. arbejde videre med opg. fra brøker
- Gennemgang af sammenhæng mellem decimaltal, brøker og procent
- "Aktivt matematik" #16 - "Brøkdmino"
<https://www.matematikbanken.dk/aktiv/16/>
- Skiftevis teori og opgaver. Arbejde i kompendiet på dit eget niveau.
- - Tekstopgaver er også med her
- Gennemgang af moms med udgangspunkt i tegninger/video
- Regne momsopgaver og derefter tilbage til afsnittet om procent. De hurtigste elever kan gå til Procent del 2.

4. Lektion - Procent 2

Husk: Materialer til procentstafet

- Evt. arbejde videre fra sidste gang
- Evt. Arbejde Procent del 2 for de hurtigste)
- Opsamling og spørgsmål
- "Aktivt matematik" #30 - "Procent-stafet". (30 min.)
<https://www.matematikbanken.dk/aktiv/30/>

5. Lektion - Opsamling + Aflevering Basis del 1

Husk: Klargøring af aflevering om emner fra de første lektioner.

- Opsamling hvor der er behov i forhold til løsning af aflevering. (Udgangspunkt i formelsamling)
 - Omregning 100,5min → timer:min:sek
 - Beregning af fart og tid
 - Regning med brøker og procent
 - Algebra og reduktion
 - Opslag i formelsamling
- 45 min. til aflevering

6. Lektion - Ligninger 1

Husk: Klargør ligningskonkurrence + Papir til ligningsløsning

- Gennemgå teorien om ligninger
- https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_da.html (Løs) (10 min)
- Arbejde i kompendiet - (Husk at starte med opgaverne for alle)
- "Aktivt matematik" #19 - "Konkurrence - lægge ligninger i rækkefølge fra 1-20" (Kan evt. bruges som break i midt i lektionen.
<https://www.matematikbanken.dk/aktiv/19/>

7. Lektion - Ligninger 2

- Tekstligninger
- Uligheder (vi laver ikke tekstuligheder)
- Omskrivning af formler
- Regn opgaver (evt. samle op på opg. fra lek. 6)

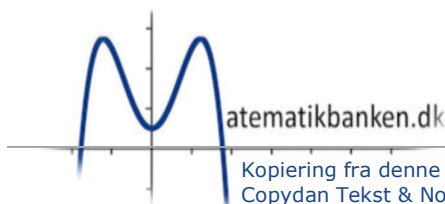
8. Lektion - Opsamling og aflevering del 2

- Intro til rod og potens (10 min)
- Regne opgaver (20 min)
- "Potens-konkurrence" "Aktiv matematik" #33 (10min)
<https://www.matematikbanken.dk/aktiv/33/>
- Opsamling på aflevering del 1 (10 min)
(Husk gode kommentarer til hvad der skal forbedres)
- Aflevering del 2 (30 min).

9. Potens og rødder

Husk: Klargør "Fangeleg til potens"

- Kig på mållark (frivilligt)
- Opsamling potens og intro til rødder
- Regne opgaver
- "Fangeleg til potens" Aktiv matematik #32
<https://www.matematikbanken.dk/aktiv/32/>



Fælles Mål

Kompetencemål

Matematiske kompetencer

- Eleven kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik.

Tal og algebra

- Eleven kan anvende reelle tal og algebraiske udtryk i matematiske undersøgelser.

Opmærksomhedspunkter

- Eleven kan gennemføre simple procentberegninger med overslag og lommeregner.
- Eleven kan sætte tal i stedet for variable i en simpel formel.

Færdigheds- og vidensområder og -mål

Matematiske kompetencer

Problembehandling

- Eleven kan planlægge og gennemføre problemløsningsprocesser.
- Eleven har viden om elementer i problemløsningsprocesser.
- Eleven kan vurdere problemløsningsprocesser
- Eleven har viden om problemløsningsprocesser.

Modellering

- Eleven kan afgrænse problemstillinger fra omverdenen i forbindelse med opstilling af en matematisk model.
- Eleven har viden om strukturering og afgrænsning af problemstillinger fra omverdenen.

Repræsentation og symbolbehandling

- Eleven kan argumentere for valg af matematisk repræsentation.
- Eleven har viden om styrker og svagheder ved repræsentationer, der udtrykker samme matematiske situation.
- Eleven kan anvende udtryk med variable, herunder med digitale værktøjer.
- Eleven har viden om notationsformer, opstilling og omskrivning af udtryk med variable, herunder med digitale værktøjer.

Tal og algebra

Tal

- Eleven kan anvende decimaltal, brøk og procent.
- Eleven har viden om sammenhængen mellem decimaltal, brøk og procent.
- Eleven kan anvende potenser og rødder.
- Eleven har viden om potenser og rødder.
- Eleven kan anvende reelle tal.
- Eleven har viden om irrationale tal.

Regnestrategier

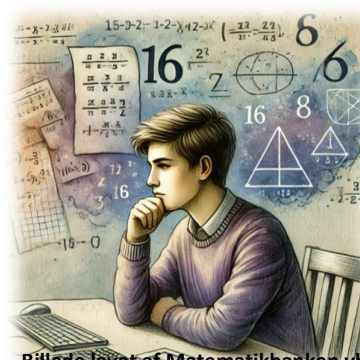
- Eleven kan udføre sammensatte beregninger med rationale tal.
- Eleven har viden om regningsarternes hierarki.
- Eleven kan udføre beregninger med potenser og rødder.
- Eleven har viden om regneregler for potenser og rødder.

Ligninger

- Eleven kan udvikle metoder til løsninger af ligninger.
- Eleven har viden om strategier til løsning af ligninger
- Eleven kan opstille og løse ligninger og enkle uligheder.
- Eleven har viden om ligningsløsning med og uden digitale værktøjer.

Formler og algebraiske udtryk

- Eleven kan udføre omskrivninger og beregninger med variable.
- Eleven har viden om metoder til omskrivninger og beregninger med variable, herunder med digitale værktøjer.
- Eleven kan sammenligne algebraiske udtryk.
- Eleven har viden om regler for regning med reelle tal.



Billede lavet af Matematikbanken vha. Dall-E



LÆRINGSMÅL

1. Algebra og reduktion

- Kan forstå og kan bruge regnehierarkiet
- Kan reducere algebraiske udtryk



2. Brøker

- Kan addere brøker (Lægge sammen)
- Kan subtrahere brøker (Trække fra)
- Kan multiplicere brøker (Gange)
- Kan dividere brøker
- Kunne opstille en brøk ud fra en problemstilling



3. Procent

- Kan forklare begrebet procent
- Kan finde procentdelen ud fra en helhed
- Kan finde helheden ud fra en procentdel
- Kan finde, hvor meget et tal udgør af et andet tal i procent
- Kan finde stigningen i procent
- Kan finde faldet i procent



4. Moms

- Kan forklare, hvad moms er
- Kan lægge momsen til
- Kan trække momsen fra



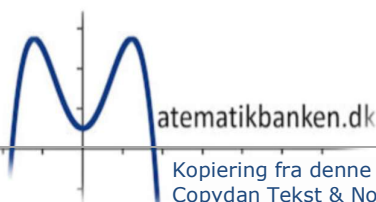
5. Ligninger

- Forstår hvilken betydning lighedstegnet har i ligninger
- Kan løse simple ligninger i hånden
- Kan opstille, løse og konkludere på simple ligninger ud fra tekst
- Kan bruge WordMat til at løse ligninger
- Kan opstille og løse uligheder



6. Potens og rødder

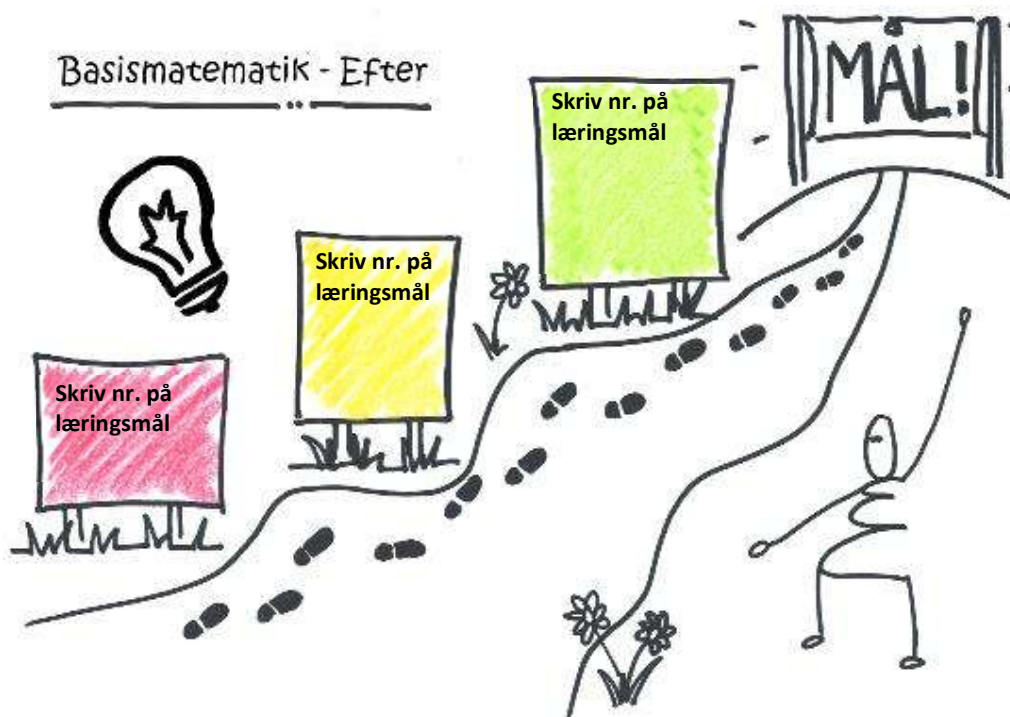
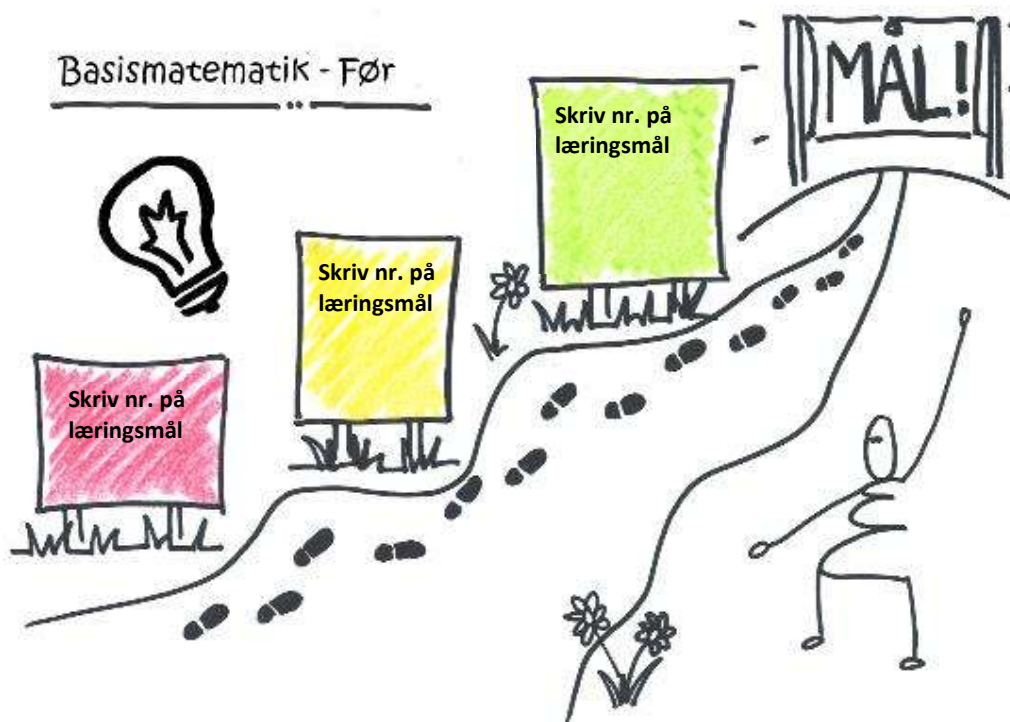
- Kan forklare, hvad potens er
- Kan forklare, hvad rødder er
- Kan anvende regneregler i forbindelse med potens
- Kan anvende regneregler i forbindelse med rødder



VURDERING AF LÆRINGSMÅL

Du skal før og efter dette forløb vurdere, hvilket niveau du har i forhold til hvert læringsmål.

- Rød: Jeg har ikke gode evner i forhold til læringsmålet.
- Grøn: Jeg har rigtig gode evner i forhold til læringsmålet.



OBS TIL ELEVEN:

Opgaverne er lavet i 5 kategorier.

De opgaver der er markeret med  skal alle lave

Opgaver med en stjerne  : Er for de elever, der synes, emnet er svært.

Opgaver med to stjerner  : Er for de elever, der synes, de har ok styr på emnet.

Opgaver med tre stjerner  : Er for de elever, der synes, de har godt styr på emnet.

Opgaver med fire stjerner  : Er for de elever, der gerne vil have ekstra udfordringer.

Med orange skrift er der angivet, hvad der skal svares på.



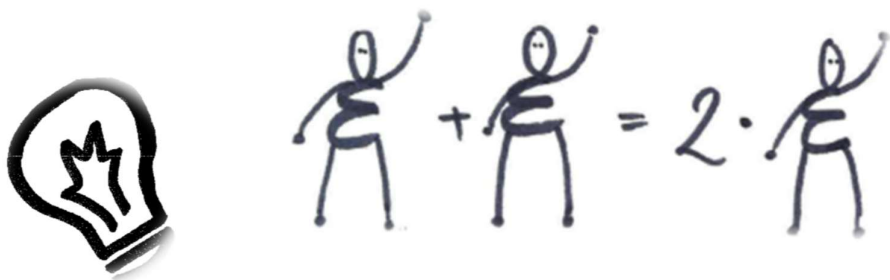
Betyder at opgaverne skal løses uden brug af lommeregner/computer



Betyder at emnet er også beskrevet i formelsamlingen

PDF: <https://matematikbanken.dk/L/51/> Online: [Formelbanken.dk](https://matematikbanken.dk/L/51/)

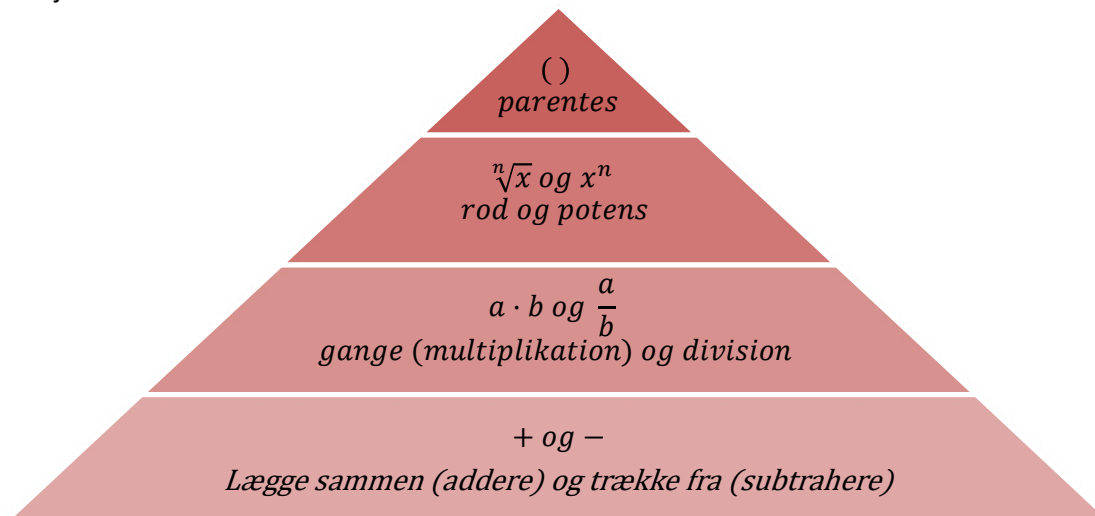
ALGEBRA OG REDUKTION



- Kan forstå og kan bruge regnehierarkiet
- Kan reducere algebraiske udtryk

REGNEHIERARKIET

Regnehierarkiet fungerer på den måde, at det øverst i pyramiden er det, som man regner først. To "regneoperationer", som er på samme niveau i pyramiden, regnes i læseretningen fra venstre mod højre.

**Eksempel**

$$5^2 + 3 + (2 + 2) \cdot (3 \cdot 3)$$

Først skal vi arbejde med parenteserne

$$5^2 + 3 + 4 \cdot 9$$

Så skal vi arbejde med potens og rødder

$$25 + 3 + 4 \cdot 9$$

Det efter gange og division

$$25 + 3 + 36$$

Og til sidst skal vi lægge sammen og trække fra.

$$64$$

Opgave 1

- a) $10^2 + 3 \cdot 2 \cdot 4$
- b) $4(3 + 3) + \frac{32}{2} - 1$
- c) $\sqrt{25} + 5 + 2(4 - 1)$
- d) $(3 + 3)^2 \cdot (5 - 3)$
- e) $3 + 2^3 + 3 \cdot 2^2$

TEORI OM ALGEBRA OG REDUKTION

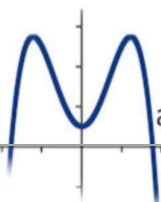
Algebra er et område i matematikken, hvor man regner med både tal og bogstaver. Bogstaverne indgår som variabler for tal, hvilket vil sige, at bogstaverne erstatter tal, som man ikke kender.

- Algebra er generelt regler for, hvordan man regner. Herunder regnehierarkiet.
- Et bogstav kan også erstattes med et tal.
- Man møder algebra i forbindelse med fx reduktion.
- Algebra bruger vi tit i formler
 - Fx rumfanget af en kasse $V = l \cdot b \cdot h$
 - (Vi ved fra andre steder at V står for volumen (rumfang), l for længde, b for bredde og h for højde.)
- Man bruger også ofte algebra, når man skal forklare noget inden for matematik.
 - Fx hvordan man dividerer et heltal med en brøk.

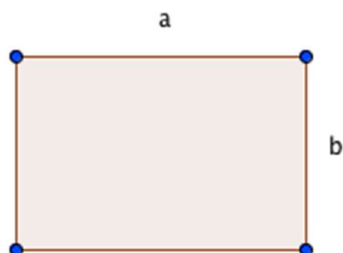
$$\blacksquare a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b}$$

Bemærk:

- Værdier som er **ens** - giver man **ens** bogstav.
- Værdier som er **forskellige** - giver man **forskellige** bogstaver
 - Fx. kan $5+5+4=14$ skrives som $a+a+b=c$
- $2 \cdot a$ kan man skrive som $2a$. Der er altså et usynligt gangetegn mellem tallet og bogstavet.
- Forskel mellem at multiplicere og addere:

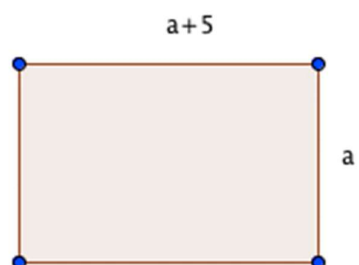


Opgaver

Opgave 2 

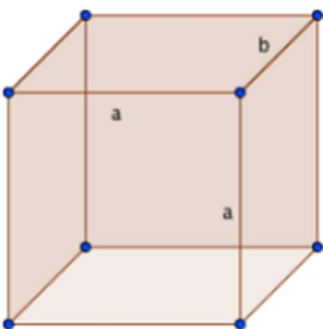
Facit angives med bogstaver, der reduceres så meget som muligt.

Hvad er omkredsen af et rektangel med længden a og bredden b ?

Opgave 3 

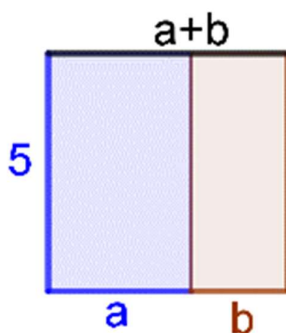
Facit angives med bogstaver, der reduceres så meget som muligt.

Hvad er arealet af et rektangel med bredden a og længden $a+5$?

Opgave 4 

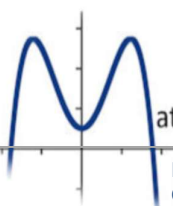
Facit angives med bogstaver, der reduceres så meget som muligt.

Hvad er rumfanget af kassen med længde a , bredde b og højden a ?

Opgave 5 

Facit angives med bogstaver, der reduceres så meget som muligt.

- a) Hvad er arealet af det blå område?*
- b) Hvad er arealet af det røde område?*
- c) Hvad er arealet af hele figuren?*



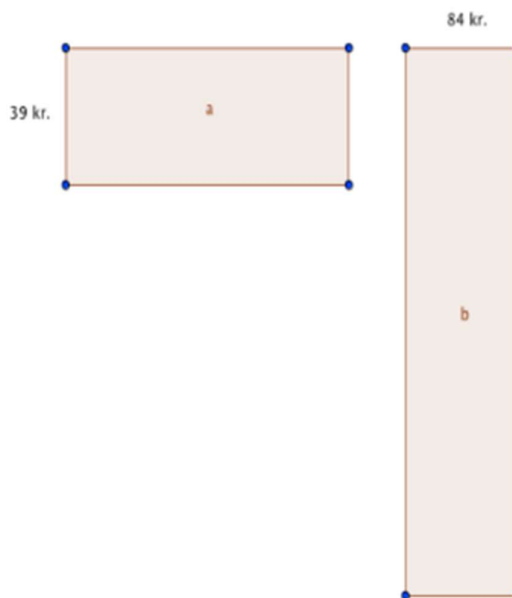
Opgave 6

Man kan fremstille bogreolen "Oslo" af hylder (a) og sidestykker (b).

De er vist til højre.

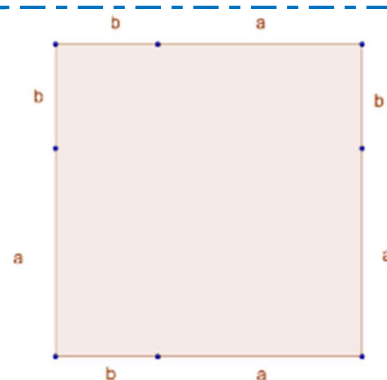
"Oslo-reolen" er sammensat af: $3a+2b$.

a) *Hvor meget koster "Oslo-reolen"?*

**Opgave 7**

a) *Hvad er omkredsen af figuren til højre (Udtrykt vha. a og b?)*

b) *Hvad er arealet af figuren til højre (Udtrykt vha. a og b?)*

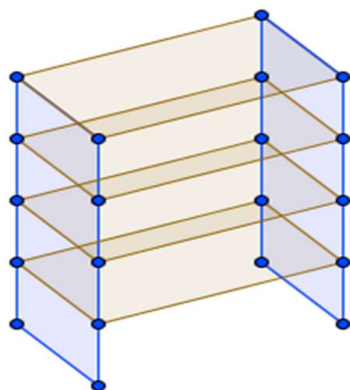
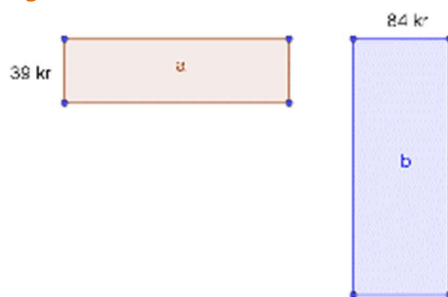


Opgave 8.a

Man kan fremstille bogreolen "Riga" af hylder (a) og sidestykker (b), der er vist på figur 1.

- a) Vis med et bogstavudtryk, hvor mange hylder (a) og sidestykker (b), der er brugt til "Riga-reolen". Den blå og brune reol nedenfor? (Figur 2)

Figur 1



Figur 2

Opgave 8.b

En anden reol hedder "Benelux" og den er en kombination af 3 små reoler:

- Amsterdam, som består af: $(8a + 3b)$.
- Bruxelles, som består af: $(5a + 2b)$.
- Luxemburg, som består af: $(1a + 2b)$.

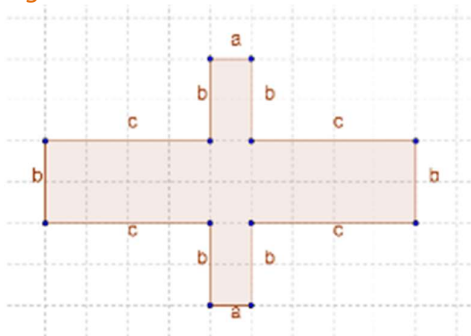
- a) Er det rigtigt, at der i alt er brugt $(14a + 7b)$?
- b) Hvor meget koster det (kr.), hvis man skal have både en "Benelux"-reol og en "Riga"-reol?

Opgave 9

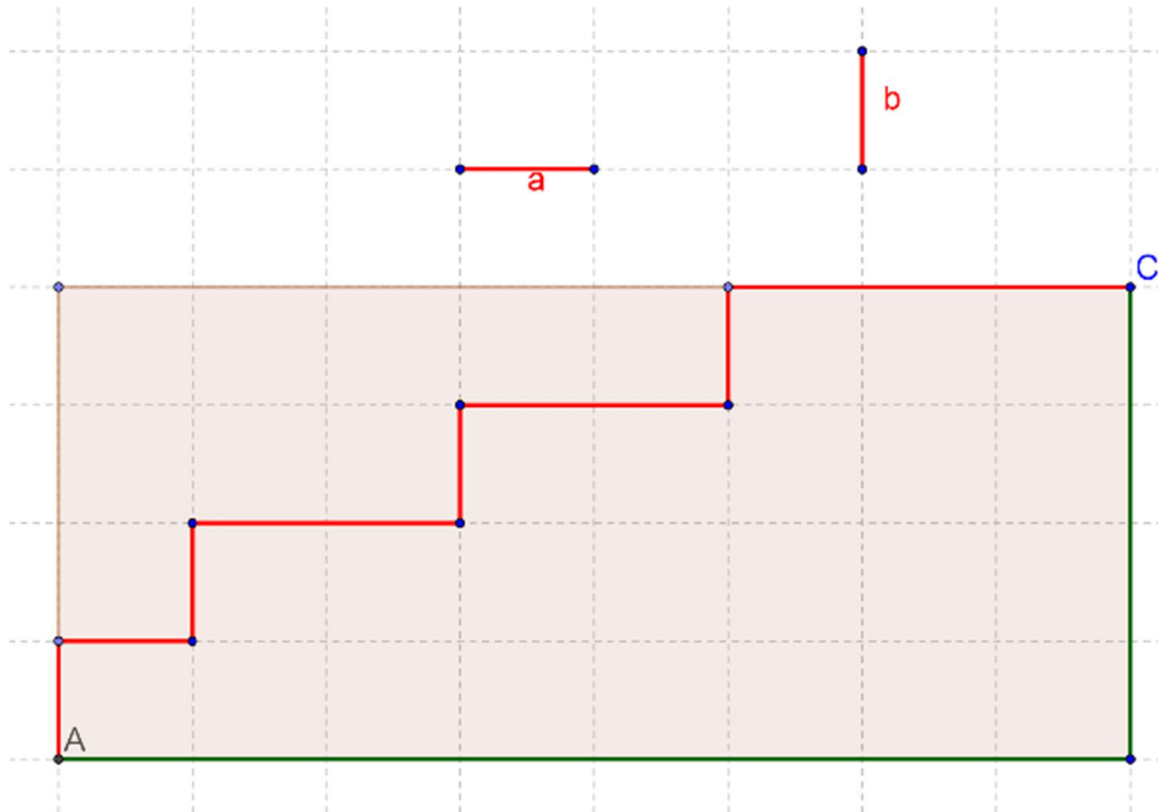
Du må ikke måle på figuren.

- a) Hvad er figurens omkreds repræsenteret ved hjælp af bogstaver? (Figur 3)
- b) Hvad er figurens areal udtrykt ved hjælp af bogstaver? (Figur 3)

Figur 3

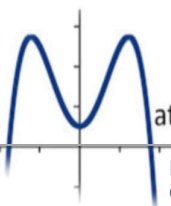


Opgave 10 ★★

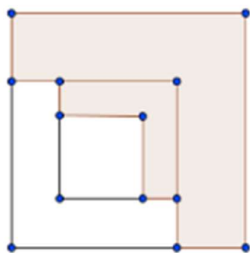


Et tern er a bred og b høj.

- Hvad er omkredsen af rektanglet udtryk vha. af bogstaver?
- Hvad er arealet af rektanglet udtryk vha. bogstaver?
- Hvor lang er den røde vej fra A til C udtryk vha. af bogstaver?
- Hvor lang er den grønne vej fra A til C udtryk vha. af bogstaver?
- Frivillig hvis du kan (hint: Pythagoras)
Hvor lang er diagonalen A til C udtryk vha. af bogstaver?



Opgave 11 ★★



Fire kvadrater er placeret inden i hinanden som vist.

Hvert nyt kvadrat har et areal, der er halvt så stort som det foregående kvadrat.

I det første og tredje kvadrat har man farvet den del af kvadratet, som ikke er dækket af det næste kvadrat i rækken.

a) Hvor stor en brøkdels af det store kvadrats areal udgør det farvede område i alt?

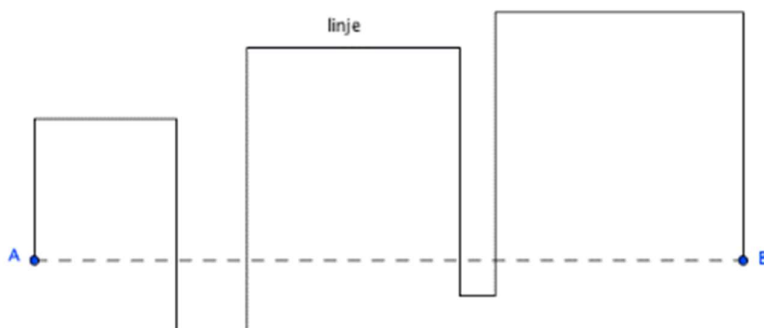
Opgave 12 ★★

Den stiplede linje fra A til B er 10 lang.

Fra A til B er der tegnet endnu en linje.

Denne linje danner sammen med linjen AB 5 kvadrater.

Hvor lang er den fuldt optrukne linje?

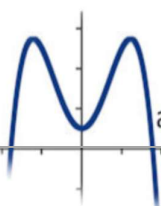




BRØKER



- Kan addere brøker (Lægge sammen)
- Kan subtrahere brøker (Trække fra)
- Kan multiplicere brøker (Gange)
- Kan dividere brøker
- Kunne opstille en brøk ud fra en problemstilling



TEORI OM BRØKER

FORKORTE OG FORLÆNGE BRØKER

$$\frac{a}{b} \rightarrow \frac{\text{Tæller}}{\text{Nævner}}$$

Man forkorter en brøk ved at dividere i både tæller og nævner med det samme tal.

○ Fx: $\frac{10}{25} = \frac{10:5}{25:5} = \frac{2}{5}$

Man kan forlænge en brøk ved at gange i både tæller og nævner med det samme tal.

○ Fx: $\frac{10}{25} = \frac{10 \cdot 5}{25 \cdot 5} = \frac{50}{125}$

ÆGTE OG UÆGTE BRØKER

Uægte brøk: (brøk, hvor tæller er større end nævneren)

○ Fx: $\frac{10}{3}$

Ægte brøk: (brøk, hvor nævneren er større end tælleren)

○ Fx: $\frac{3}{10}$

Blandet tal: (Et tal der består af et helt tal samt en brøk)

Fx: $2\frac{2}{3}$ som kan omskrives til $2\frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

ADDITION OG SUBTRAKTION (LÆGGE SAMMEN OG TRÆKKE FRA)

Start med at finde en fællesnævner. Det kan fx være de to nævnere ganget med hinanden.

Når du finder en fællesnævner, så forlænger du faktisk brøkerne, så de har samme nævner.

Husk at forlænge både i tæller og nævner.

Fx: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

MULTIPLIKATION (GANGE)

En brøk ganget med et helt tal $\rightarrow \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$ (eventuelt $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a}{b:c}$)

- Man ganger det hele tal ind i tælleren (eventuelt dividere det nævneren med det hele tal.)

$$\text{Fx: } \frac{2}{15} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad (\text{eventuelt } \frac{2}{15} \cdot 5 = \frac{2}{15:5} = \frac{2}{3})$$

To brøker ganget med hinanden: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

- Man ganger tæller med tæller og nævner med nævner.

$$\text{Fx: } \frac{2}{4} \cdot \frac{4}{8} = \frac{2 \cdot 4}{4 \cdot 8} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

DIVISION

En brøk divideret med et helt tal $\rightarrow \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}$ (eventuelt $\frac{a}{b} : c = \frac{a:c}{b}$)

- Man ganger det hele tal ind i nævneren (eventuelt dividerer tælleren med det hele tal.)

$$\text{Fx: } \frac{4}{6} : 2 = \frac{4}{6 \cdot 2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad (\text{eventuelt } \frac{4}{6} : 2 = \frac{4:2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3})$$

To brøker divideret med hinanden $\rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

- Man ganger med den omvendte brøk.

$$\text{Fx: } \frac{4}{2} : \frac{5}{10} = \frac{4}{2} \cdot \frac{10}{5} = \frac{4 \cdot 10}{2 \cdot 5} = \frac{40}{10} = 4$$

Et helt tal divideret med en brøk $\rightarrow$

$a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{b}$ (eventuelt $a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b:a} = \frac{c}{b:a}$)

- Man ganger det hele tal med den omvendte brøk.

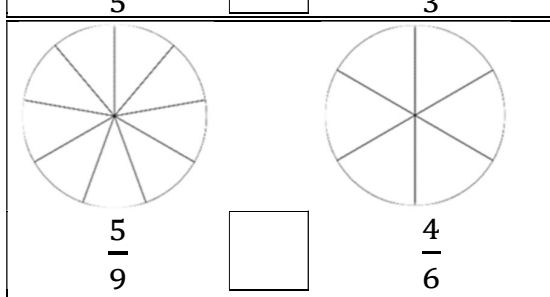
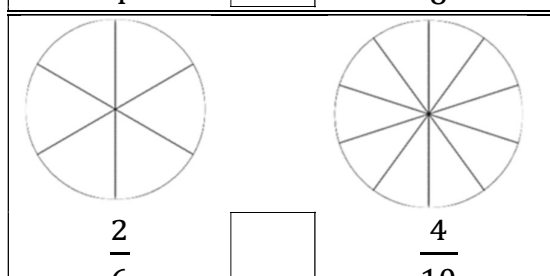
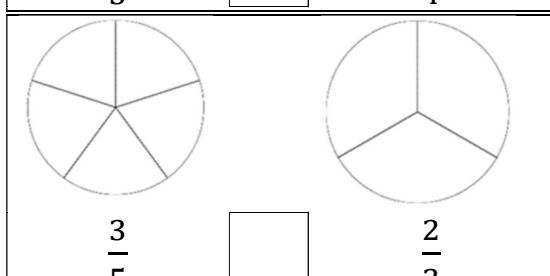
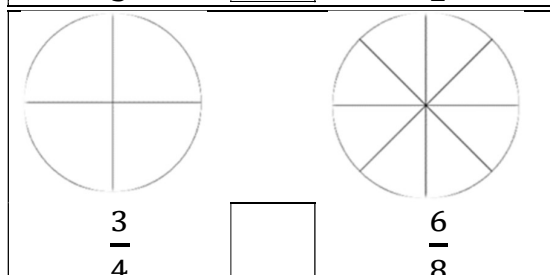
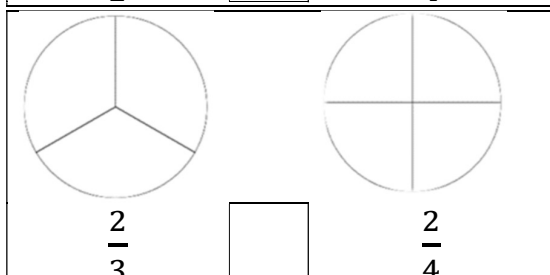
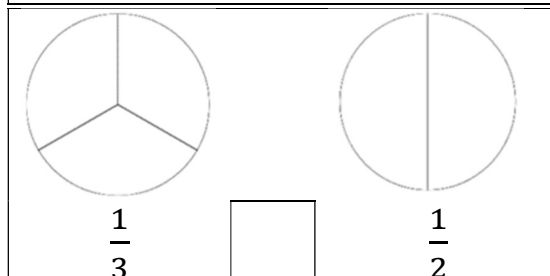
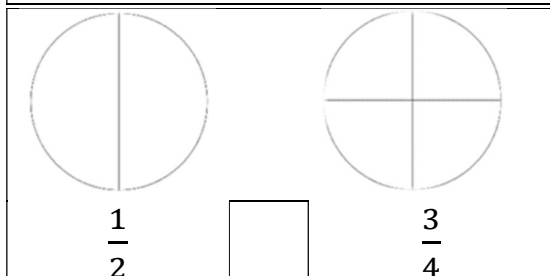
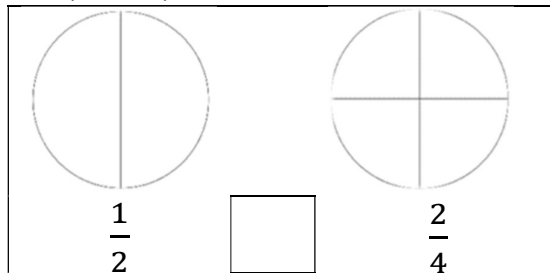
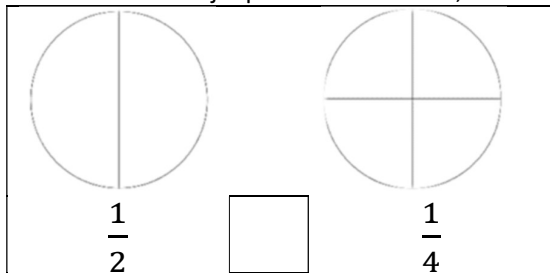
$$\text{Fx: } 2 : \frac{4}{8} = 2 \cdot \frac{8}{4} = \frac{2 \cdot 8}{4} = \frac{16}{4} = 4 \quad (\text{eventuelt } 2 : \frac{4}{8} = 2 \cdot \frac{8}{4:2} = \frac{8}{2} = 4)$$

OPGAVER

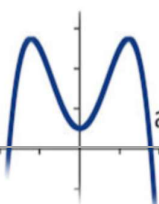
Opgave 1 (Det kan være en god ide at printe denne side)

Vis med <, > eller = hvilken brøk i de enkelte kasser, som er størst.

Det kan være en hjælp at farve cirklerne, således de svarer til brøkens størrelse.



Øv dig også på: <https://matematikbanken.dk/L/341/>



Opgave 2

Omskriv til en blandet tal:

$$\frac{3}{2} =$$

$$\frac{11}{7} =$$

$$\frac{17}{5} =$$

Opgave 3

Omskriv til en uægte brøk:

$$1\frac{1}{2} =$$

$$3\frac{3}{4} =$$

Opgave 4

Reducer mest muligt (aflever som ægte brøk eller blandet tal)

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{7} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{4} =$$

$$3 \cdot \frac{1}{3} =$$

Opgave 5

Reducer mest muligt (aflever som brøk, blandet tal eller et helt tal)

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{6}{5} + \frac{3}{2} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{9} =$$

$$\frac{3}{5} - \frac{7}{10} =$$

Opgave 6

Reducer mest muligt (aflever som brøk, blandet tal eller et helt tal)

$$5 \cdot \frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot 3 =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\frac{1}{2} : 2 =$$

$$2 : \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{6} : \frac{7}{8} =$$

Opgave 7 ★

Hvad er forskellen på $\frac{1}{3}$ og 0,3?

Opgave 8 ★

Hvad sker der, hvis man dividerer 1 med et tal, som er < 1 men > 0 ?

- Så bliver resultatet større end 1.
- Så bliver resultatet lige præcis 1.
- Så bliver resultatet mindre end 1.

Opgave 9 ★

Hvad sker der, hvis man dividerer 1 med et tal, som er > 1 ?

- Så bliver resultatet større end 1.
- Så bliver resultatet lige præcis 1.
- Så bliver resultatet mindre end 1.

Opgave 10 ★★

Reducer mest muligt (aflever som brøk eller blandet tal)

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{13} =$$

$$\frac{4}{9} - \frac{6}{7} =$$

$$1\frac{4}{5} + \frac{6}{4} =$$

Opgave 11 ★★★

Forklar med egne ord hvordan man lægger brøker sammen og trækker brøker fra hinanden.

Opgave 12 ★★★

Reducer mest muligt (aflever som brøk eller blandet tal)

$$3 \cdot \frac{6}{9} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot 7 =$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{8}{14} =$$

$$\frac{2}{3} : 2 =$$

$$\frac{9}{10} : 3 =$$

$$\frac{7}{9} : 5 =$$

Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte brøk:

Eksempel: $4 : \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{2}{1} = \frac{8}{1} = 8$

Eksempel: $\frac{6}{2} : \frac{2}{3} = \frac{6}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

Opgave 13

Beregn følgende

$$10 : \frac{5}{2} =$$

$$9 : \frac{3}{7} =$$

$$\frac{5}{2} : \frac{4}{3} =$$

$$\frac{3}{7} : \frac{5}{6} =$$

Opgave 14

Hvad sker der, hvis man dividerer 1 med et tal, som er < 1 men > 0 ?

- Så bliver resultatet større end 1.
- Så bliver resultatet lige præcis 1.
- Så bliver resultatet mindre end 1.

Opgave 15

Hvad sker der, hvis man dividerer 1 med et tal, som er > 1 ?

- Så bliver resultatet større end 1.
- Så bliver resultatet lige præcis 1.
- Så bliver resultatet mindre end 1.

Opgave 16

Sæt et tal ind i hver af de tomme bokse, så brøkerne står i rækkefølge efter størrelse

$$\frac{1}{\quad} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{\quad} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{\quad}$$

Opgave 17

Begrund hvorfor?

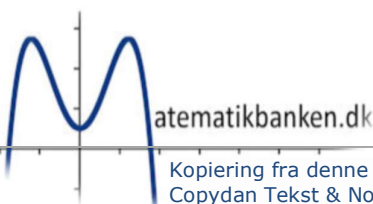
$$\frac{13}{8} > \frac{21}{17}?$$

Opgave 18: Stambrøker

En stambrøk er en brøk hvor tælleren altid er 1.

Skriv $\frac{1}{6}$ som summen af to stambrøker.

Find så mange forskellige løsninger som muligt



Opgave 19: Pizza ★★★★★

En elev bestiller en pizza.

1. dag spiser hun $\frac{1}{2}$ af pizzaen.

2. dag spiser hun $\frac{1}{3}$ af resten af pizzaen.

3. dag spiser hun $\frac{1}{4}$ af det der er tilbage.

4. dag spiser hun $\frac{1}{5}$ af det der er tilbage.

5. dag spiser hun ikke mere da pizzaen ikke længere er god.

Hvor stor en del af hele pizzaen smider hun i skraldespanden?



Billede lavet af Matematikbanken vha. Dall-E

AKTIVMATEMATIK #2: BRØK-PONG
<http://matematikbanken.dk/aktiv/2/>


Emne:	Basismatematik
Matematik formål:	Eleverne får øvet addition af brøker
Didaktisk formål:	Sjove gentagelser
Variationsmuligheder	At man også træner subtraktion af brøker
Materialer:	Plastikkrus, papirkugler og tuscher til at skrive på plastikkruset
Tidsforbrug	10 min
Antal personer:	3-4 i hver gruppe

Eksempel på opstilling af plastikkrus når man skal træne addition af brøker



Eksempel på opstilling når man skal træne både addition og subtraktion



% PROCENT DEL 1 %



- Kan forklare begrebet procent
- Kan finde procentdelen ud fra en helhed
- Kan finde helheden ud fra en procentdel
- Kan finde, hvor meget et tal udgør af et andet tal i procent
- Kan finde stigningen i procent
- Kan finde faldet i procent

TEORI OM PROCENT

Indledning

Ved at bruge begrebet procent, bliver det ofte lettere at få overblik over forskellige sammenhænge.

Procentbegrebet beskriver ofte, hvad delmængden udgør i forhold til det hele, altså om forholdet mellem to tal.

Procent, decimaltal og brøker

Procent, decimaltal og brøk er bare tre forskellige repræsentationer af samme tal

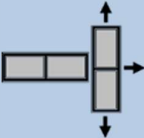
Procent er latin og betyder "Per 100". Så f.eks. "10%" betyder, at forholdet er 10 ud af 100. Dette forhold kan vi omskrive til brøken $\frac{10}{100}$.

$\frac{10}{100}$ kan så igen omskrives til decimaltallet 0,1.

Så derfor er:

$$10\% = \frac{10}{100} = 0,1$$

AKTIVMATEMATIK #16: BRØKDOMINO<http://matematikbanken.dk/aktiv/16/>

Emne: Basismatematik	
Matematisk formål:	Træne sammenhængen mellem brøker og procent, og får brugt brøkretnereglerne i deres simpleste form
Didaktisk formål:	Sjove gentagelser Sammenhængen mellem brøker (f.eks. at $\frac{1}{4}$ er halvdelen af $\frac{1}{2}$) Sammenhængen mellem brøker, procent og decimaltal
Variationsmuligheder	Muligheder for tilføjelse til basis-regler • Spillet kan spilles både med og uden joker-brikker. • En joker-brik er en brik som har et tomt felt. Det betyder, at de kan lægges i forlængelse af en hvilken som helst brik. (Og en hvilken som helst brik kan lægges i forlængelse af en jokerbrik, hvis det tomme felt er yderst). • Spillet kan spilles både med og uden dobbelt-brikker. ○ En dobbelt brik lægges på tværs af kæden, således der er tre muligheder for at lægge nye brikker med denne værdi.  Antallet som man starter med at trække kan varieres. Jo flere forskellige brikker, som er med i spillet, jo flere brikker, skal hver spiller starte med.
Primære kompetence(r)	Repræsentationskompetencen
Materialer:	Print et sæt dominobrikkerne pr. gruppe 1 saks pr. gruppe (eller klip brikkerne i forvejen)
Tidsforbrug	20 min
Antal personer:	3-4 personer i hver gruppe

OPGAVER

Opgave 1

Omskriv brøken til procent.

$$\frac{35}{100} =$$

$$\frac{5}{20} =$$

$$\frac{123}{100} =$$

$$\frac{47}{100} =$$

$$\frac{9}{12} =$$

$$\frac{27}{25} =$$

Opgave 2

Hvordan ser brøken ud, når et tal, som er større end 100%, omskrives til en brøk?

Opgave 3

Omskriv decimaltallet til procent

$$0,34 =$$

$$0,77 =$$

$$1,34 =$$

Opgave 4

Omskriv procenttallet til brøk og decimaltal

Procent	Decimaltal	Brøk
50%		
10%		
7%		

BRUG AF ELEKTRONISKE HJÆLPEMIDLER

Indimellem kan der være brøker, hvor nævneren ikke går op i 100. I disse tilfælde kan man bruge sin lommeregner eller computer. En brøk er jo umiddelbart en division, som endnu ikke er beregnet. Så man kan trykke brøken ind på lommeregneren eller computeren for at finde værdien som decimaltal.

Opgave 5

Omskriv til procent

$$\frac{9}{17} \approx$$

$$\frac{37}{157} \approx$$

$$\frac{13}{97} \approx$$

FINDE PROCENT

FIND HVOR STOR EN PROCENTDEL ET TAL UDGØR I FORHOLD TIL ET ANDET TAL

Når man skal finde ud af, hvor stor en procentdel et tal udgør i forhold til et andet tal, sætter man det op som en brøk. Med denne brøk viser man forholdet mellem de to tal. Derefter laver man brøken om til et procenttal.

Eksempel

Hvor mange procent udgør 35 kr. i forhold til 50 kr.?

Vi sætter:

35 (som skal forholdes til 50) over brøkstregen i tælleren

50 (som vi skal forholde 35 til) under brøkstregen i nævneren.

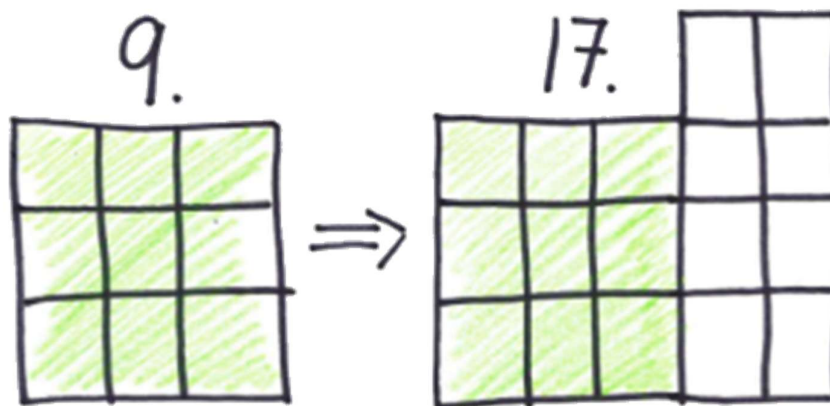
$$\frac{35}{50} = 0,7 = 70\%$$

Opgave 6

- a) Hvor mange procent udgør 40 kr. ud af 160 kr.?
- b) Hvor mange procent udgør 21 kr. ud af 4200 kr.?
- c) Hvor mange procent udgør 134,5 kr. ud af 67,5 kr.? (2 decimaler)

FIND EN STIGNING ELLER FALD I PROCENT

Nå man skal finde stigning og fald i procent, skal man først finde selve stigningen eller faldet. Derefter skal man finde ud af, hvad det er i forhold til.

Eksempler på stigning

Af tegningen fremgår det at antallet af felter er steget fra 9 til 17.

Til højre er skraveret de oprindelige 9 felter, og de hvide felter er stigningen på 8
 $(17 - 9) = 8$

$$\frac{8}{9} \approx 0,88888889 = 88,89\%$$

Der er altså sket en stigning på 88,89%

Regnemåde:

$$\text{Slutværdi} - \text{Startværdi} = \text{Stigning}$$

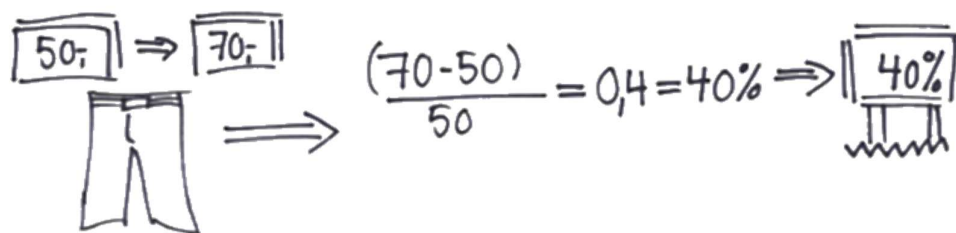
$$\frac{\text{Stigning}}{\text{Startværdi}} = \text{Stigning i procent}$$

Eksempel

Et par bukser er steget fra 50 kr. til 70 kr.

Hvor stor er stigningen i procent?

Her startede bukserne med at koste 50 kr. Derfor sætter vi det i nævneren. Stigningen finder ved at sige slutpris minus startpris (=difference). Stigningen sætter vi ind i tælleren.



$$\frac{(70-50)}{50} = 0,4 = 40\%$$

Bukserne er steget med 40%

Opgave 7 ★

En trøje er steget fra 100 kr. til 150 kr.

a) Hvor stor er stigningen i procent?

En kasket er steget fra 50 kr. til 75 kr.

b) Hvor stor er stigningen i procent?

Opgave 8 ★★

Et par bukser er steget fra 140 kr. til 200 kr.

a) Hvor stor er stigningen i procent? (2 decimaler)

Et halstørklæde er steget fra 75 kr. til 225 kr.

b) Hvor stor er stigningen i procent?

Opgave 9 ★★★

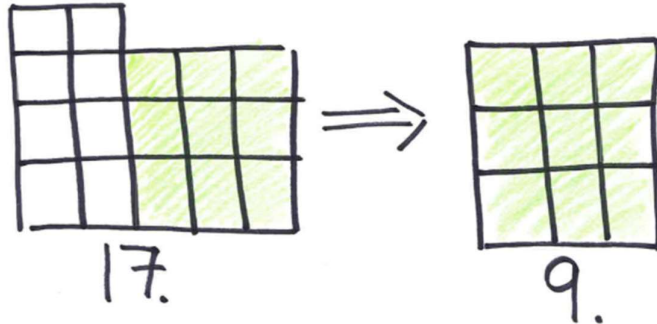
En hue er steget fra 123 kr. til 345 kr.

a) Hvor stor er stigningen i procent? (2 decimaler)

Et par strømper er steget fra 123,4 kr. til 334,5 kr.

b) Hvor stor er stigningen i procent? (2 decimaler)

Eksempler fald



Af tegningen fremgår det, at antallet af felter er faldet fra 17 til 9.

Til venstre er vist, at ude af de 17 felter, forsvinder de 8 hvide felter. De 8 hvide felter svarer til faldet $(17 - 9) = 8$.

De felter, som er skraveret med grøn, er de samme felter i begge figurer. Det er altså dem, der er tilbage af figuren til venstre, efter der er sket et fald.

$$\frac{8}{17} \approx 0,470588235 = 47,06\%$$

Der er altså sket et fald på 47,06%

Et par shorts er faldet fra 200 kr. til 170 kr.

Regnemåde:

$$\frac{\text{Startværdi} - \text{slutværdi}}{\text{Startværdi}} = \text{Fald i procent}$$

$$\frac{(200 - 170)}{200} = 0,15 = 15\% \Rightarrow 15\%$$

Opgave 10 ★

En T-shirt er sat ned fra 100 kr. til 70 kr.

a) *Hvor meget er den nedsat i procent?*

En tank-top er sat ned fra 110 kr. til 100 kr.

b) *Hvor meget er den nedsat i procent?*

Opgave 11 ★★

Et par shorts er nedsat fra 130 kr. til 100 kr.

a) *Hvor meget er de nedsat i procent (2 dec.)*

Et par strømper er nedsat fra 121 kr. til 77 kr.

b) *Hvor meget er de nedsat i procent (2 dec.)*

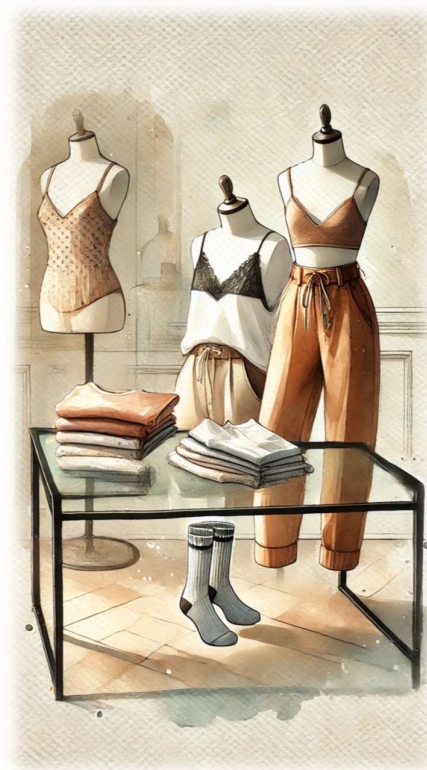
Opgave 12 ★★★

Et par vanter er nedsat fra 37,5 kr. til 30 kr.

a) *Hvor meget er de nedsat i procent?*

Et par sokker er nedsat fra 17,1 kr. til 7,7 kr.

b) *Hvor meget er den nedsat i procent? (2 dec.)*



Billede lavet af Matematikbanken vha. Dall-E

FIND EN PROCENTDEL AF ET TAL

Når man skal finde en procentdel af et tal, skal man gange procent-tallet med det, som man skal have procenten af.

Eksempel

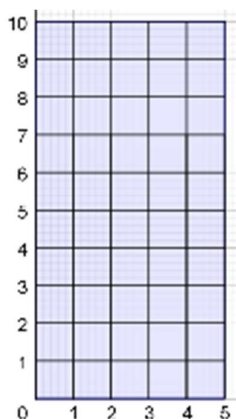
Hvad er: 10% af 50

Dette kan skrives som: $10\% \cdot 50 = 5$

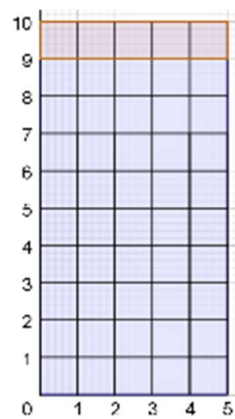
Eller det kan skrives som: $\frac{10}{100} \cdot 50 = 5$

Eller det kan skrives som: $0,1 \cdot 50 = 5$

Så lige meget om man ganger med procenttallet, en brøk eller et decimaltal giver det det samme.



Den blå figur består af 50 tern.
10% af denne figur svarer til en vandret række



Så det er altså 5 tern.

Opgave 13 ★

- a) 37% af 100=
- b) 25 % af 144=
- c) 12,5 % af 600=

Opgave 14 ★★

- a) 75% af 400=
- b) 37 % af 800=
- c) 33,3 % af 7000=

Opgave 15 ★★★

- a) 23% af 800=
- b) 37,8% af 456=
- c) 126,5% af 160=



Billede lavet af Matematikbanken vha. Dall-E

FINDE HELE TALLET UD FRA EN PROCENTDEL

Når man skal finde hele tallet ud fra en procentdel, vil man ofte først finde ud af, hvad 1% af tallet er. Derefter vil man gange med 100 for at finde 100% af tallet, hvilket er det samme som hele tallet.

Eksempel

13% af tallet er 260. Hvad er hele tallet?

13% svarer til 260

1% svarer til $\frac{260}{13} = 20$

20	20			
20	20			
20	20	20		
20	20	20		
20	20	20		

100% svarer til $20 \cdot 100 = 2000$

20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Selve beregningen:

$$\frac{260}{13} \cdot 100 = 2000$$

Opgave 16 ★

50% af tallet er 22.

a) *Hvad er hele tallet?*

10% af tallet er 23.

b) *Hvad er hele tallet?*

25% af tallet er 41.

c) *Hvad er hele tallet?*

Opgave 17 ★★

20% af tallet er 12.

a) *Hvad er hele tallet?*

34% af tallet er 170.

b) *Hvad er hele tallet?*

23% af tallet er 103,5.

c) *Hvad er hele tallet?*

Opgave 18 ★★★

24% af tallet er 6.

a) *Hvad er hele tallet?*

37,75% af tallet er 23,4.

b) *Hvad er hele tallet? (2 dec.)*

114% af tallet er 12.

c) *Hvad er hele tallet? (2 dec.)*

FIND ET TAL, EFTER EN PROCENTDEL ER LAGT TIL

Eksempel

Læg 25% til 200

Regnemåde:

Startværdi $\cdot (100\% + 25\%) = \text{Slutværdi}$ (Hvor procent er lagt til)

Kan omskrives til $\rightarrow$

Startværdi $\cdot 1,25 = \text{slutværdi}$ (Hvor procent er lagt til)

Så svaret på opgaven kan findes således:

$$200 \cdot 1,25 = 250$$

Opgave 19 ★

- a) Læg 10% til 100
- b) Læg 15% til 300
- c) Læg 38% til 550

Opgave 20 ★★

- a) Læg 20% til 240
- b) Læg 19% til 200
- c) Læg 34,5% til 600

Opgave 21 ★★★

- a) Læg 12,5% til 345 (2 dec.)
- b) Læg 37,7 til 123,45 (2 dec.)
- c) Læg 125,34% til 125,34 (2 dec.)

FIND ET TAL, EFTER EN PROCENTDEL ER TRUKKET FRA

Eksempel

Træk 25% fra 250

Regnemåde:

Startværdi: $100\% - 25\% = \text{Slutværdi}$ (Hvor procent er trukket fra)

Kan omskrives til:

Startværdi: $0,75 = \text{Slutværdi}$ (Hvor procent er trukket fra)

Så svaret på opgaven kan findes således:

$$250 \cdot 0,75 = 187,5$$

Opgave 22 ★

- a) Træk 10% fra 10
- b) Træk 25% fra 40
- c) Træk 37% fra 45 (2 dec.)

Opgave 23 ★★

- a) Træk 25% fra 160
- b) Træk 19% fra 200
- c) Træk 45,5% fra 6800

Opgave 24 ★★★

- a) Træk 12,5% fra 345 (2 dec.)
- b) Træk 47,78% fra 567,58 (2 dec.)
- c) Træk 125,34% fra 125,34 (2 dec.)

TEKSTOPGAVER TIL PROCENT

Husk at det er vigtigt, at du kan forklare, hvad du laver. Prøv at lave så mange opgaver du kan, uden at bruge din formelsamling eller notater.

Opgave 25

Beregning mellem decimaltal, brøker og procent

- a) 25 % skal omskrives til en brøk
- b) 110 % skal omskrives til et decimaltal
- c) 1 % skal omskrives til en brøk
- d) 0,1 % skal omskrives til et decimaltal
- e) 0,03 % skal omskrives til en brøk
- f) Forklar hvilken metode du har brugt, for at finde frem til resultatet

Opgave 26

En dreng er ved at samle ind til et skilt, som skal stå ved vejen, som han bor på. På skilte skal der stå "Du ved du er sej...når du bor på Næsbjergvej!". I den lokale Brugs vil han købe pap og farvekridt, som han skal bruge til kampagnen. I alt koster det 675,50 kr. Han har 394,50 kr.

- a) Hvor mange procent udgør 394,5 kr. ud af 675,5 kr.? (2 decimaler)

Opgave 27

En pige er blevet sat til at købe trøjer til sit lokale gymnastikhold. På trøjen skal der stå "Næsbjerg gymnastik gør godt". Da hun kommer ned i den lokale gymnastiktrøje-forretning, er trøjerne desværre steget. De er steget fra 123 kr. pr. stk. til 345 kr. pr. stk.

- a) Hvor stor er stigningen i procent? (2 decimaler)

Opgave 28

En dreng har set et par strømper fra Real Barcelona, som han bare må have. Et par strømper er nedsat fra 161 kr. til 97 kr.

- a) Hvor meget er de nedsat i procent? (2 decimaler)

Opgave 29

En pige får ca. 6,25 % af de ca. 900 breve som bliver sendt til Næsbjerg Efterskole på et år.

- a) Hvor mange breve får hun ca.?

Opgave 30

En pige er pianist. Hendes største hit er: "Næsbjerg-valsens". Hun er taget på turne. Til første arrangement tjener hun 500 kr. Derefter stiger antallet af personer til arrangementerne og derfor stiger hendes indtjening. Stigningen er ca. 10 % fra et arrangement og til det næste. Hvor meget tjener hun til:

- a) 2. arrangement?
- b) 3. arrangement?
- c) 4 arrangement?
- d) 5 arrangement?



Opgave 31 ★★

Et politiske parti går til et valg frem med 100 %. Ved næste valg går de tilbage med 50 %

a) *Vurder om partiet har haft succes?*

Opgave 32 ★★

En pige har en butik, som sælger smykker. I forbindelse med udsalget vil hun sætter priserne ned med 20% om ugen.

a) *Forklar hvilken forskel det giver, om det der 20% af sidste uges pris. I forhold til at man hver uge sætter ned med 20% af første uges pris.*

Opgave 33 👤

Forklar med egne ord:

a) *Hvad er procent?*

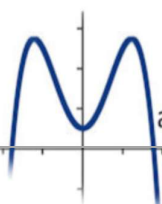
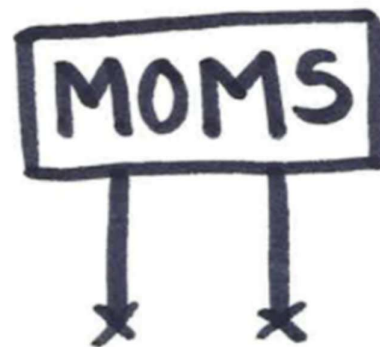
b) *Hvad kan man bruge procent til?*

Opgave 34 - Lav egne opgaver 👤

a) *Find selv på opgaver, hvor du regner med procent. Lav opgaver, som passer til dit niveau. (Lav gerne opgaver, som er så svære, at du er nødt til at få hjælp for at løse dem.)*



- Kan forklare hvad moms er
- Kan lægge momsen til
- Kan trække momsen fra



MOMS

INTRODUKTION TIL MOMS

I Danmark har man valgt, at når man køber en vare eller en ydelse, så skal man samtidig betale en afgift til Staten. Denne afgift kaldes for "moms". Moms er i Danmark 25% af prisen uden moms. Momsen bruger Staten til at betale for det, som Staten giver borgerne. F.eks. din undervisning 😊.



Se videoen

<http://matematikbanken.dk/L/55/>

LÆG MOMS TIL

Regnemåde:

$$\text{Pris uden moms} \cdot (100\% + 25\%) = \text{Pris med moms}$$

Kan omskrive til: $\text{Pris uden moms} \cdot 1,25 = \text{Pris med moms}$

Eller til: $\text{Pris uden moms} \cdot 125\% = \text{Pris med moms}$

Eksempel

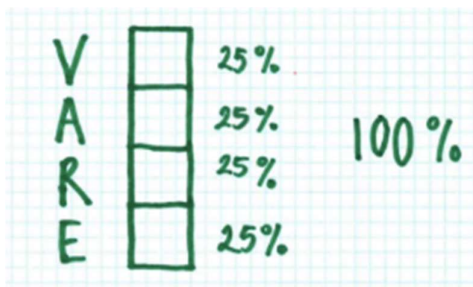
En vare koster 4 kr. uden moms.

Hvad er prisen med moms?

$$4 \cdot (100\% + 25\%) = 5 \text{ kr.}$$

Eller

$$4 \cdot 125\% = 5 \text{ kr.}$$



Opgave 1 - Pris med moms

Prisen for bogen "Sådan scorer du et 12-tal i matematik" er uden moms 300 kr.

a) *Hvad er prisen med moms?*

TRÆK MOMS FRA

Regnemåde:

$$\text{Pris med moms} \cdot (100\% - 20\%) = \text{Pris uden moms}$$

Kan omskrives til:

$$\text{Pris med moms} \cdot 80\% = \text{Pris uden moms}$$

Eksempel

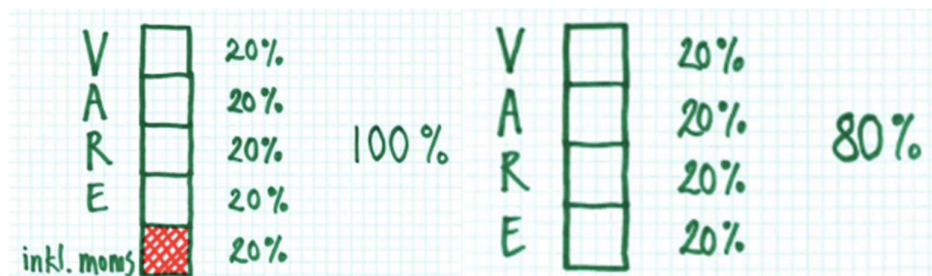
En vare koster 5 kr. med moms.

Hvad er prisen uden moms?

$$5 \cdot (100\% - 20\%) = 4 \text{ kr.}$$

Eller

$$5 \cdot 80\% = 4 \text{ kr.}$$

Opgave 2 - Pris uden moms

Prisen for bogen "K. Munks samlede værker" er 600 kr. med moms.

a) Hvad er prisen uden moms?

Huskeregul for moms i Danmark:

- Når man skal finde momsen som beløb, så udgør momsen 25% af beløbet uden moms.
- Når man skal finde momsen som beløb, så udgør momsen 20% af beløbet med moms.

Se evt. tidligere i kompendiet, hvordan man finder en procentdel af et tal.

Huskeregul for moms i Danmark:

V
A
R
E

 25%
 25%
 25%
 25%

100%

V
A
R
E

 25%
 25%
 25%
 25%
 25%

+ MOMS

125%

- Når man skal finde momsen som beløb, så udgør momsen 25% af beløbet uden moms.
- Når man skal finde momsen som beløb, så udgør momsen 20% af beløbet med moms.

Se evt. tidligere i kompendiet, hvordan man finder en procentdel af et tal.

Opgave 3

- a) Find momsen, hvis prisen uden moms er 200 kr.
b) Find momsen, hvis prisen med moms er 206 kr.

Opgave 4 ★★/★★★

- Find momsen, hvis prisen uden moms er 34,5 kr. (2 dec.)
- Find momsen, hvis prisen med moms er 56,5 kr. (2 dec.)

TEKSTOPGAVER TIL MOMS

Opgave 5 ★

En pige skal købe en trøje på nettet. Prisen er uden moms 300 kr.

a) *Hvor meget moms i kr. skal der lægges oven i prisen?*

Opgave 6 ★★

En dreng er ansvarlig for at købe redskaber til sin lokale gymnastikforening. Han skal købe en ny springmåtte. Prisen for springmåtten "Gym-master Giga flex plus" er 18.999,- uden moms.

a) *Hvad koster springmåtten med moms?*

Opgave 7 ★★

En pige er ansvarlig for at købe vimpler til sin lokale gymnastikforening. Prisen for vimplerne "Vimplus 2000" er 11.259 uden moms.

a) *Hvad koster vimplerne med moms?*

Opgave 8 ★★★

En pige skal købe en ny computer. Prisen er 10000 kr. med moms.

a) *Hvor meget er momsen i kr.?*

Opgave 9 ★★★

En dreng er ansvarlig for indkøb af gymnastikredskaber hos gymnastikholdet "Næsbjerg Tumblers". De skal have et arrangement, hvor alle 3. klasser i byen kommer op og springer. Derfor skal han have købt en springmåtte. Hos KM-redskaber kan man købe springmåtten "Soft-Air-gym-mega-flik" til 24 999 kr. med moms.

a) *Hvad koster springmåtten uden moms?*

Opgave 10 - Forklaring 👤

a) *Forklar hvorfor momsen udgør 25% når den lægges til. Og 20% når den trækkes fra?*

% PROCENT DEL 2 %

FINDE DET OPRINDELIGE TAL, NÅR MAN KENDER TALLET EFTER PROCENT ER LAGT TIL.

Eksempel

På fabrikken "Dimsedut A/S" er produktionen steget med 15% i forhold til produktionen sidste år. I år blev det produceret 115 000 dimsedutter.

Hvor mange dimsedutter blev det produceret sidste år?

Hvis nu vi havde haft tallet fra sidste år og vi skulle lægge 15% til, så kunne vi finde tallet for i år ved at sige:

$$\text{Tallet fra sidste år} \cdot (1 + \text{Stigning i \%}) = \text{Tallet i år}$$

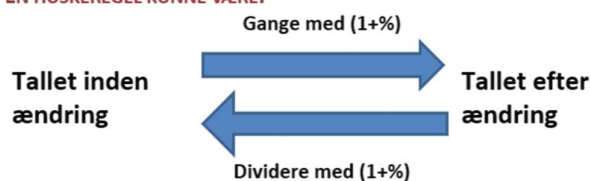
(Se evt. "Find et tal, efter en procentdel er lagt til" tidligere i kompendiet)

Så her **ganger** vi altså tallet, som vi startede med sidste år, med $(1 + \text{Stigning i \%})$.

I eksemplet ovenfor er vores problem lidt det "modsatte". Vi ved der er sket en stigning på 15% i forhold til **tallet sidste år**, men vi kender kun **tallet i år** og vi skal finde tallet fra sidste år. Så for at gå "tilbage" til tallet fra sidste år, så skal vi **dividere**.

$$\frac{\text{Tallet i år}}{1 + \text{Stigningen i \%}} = \text{Tallet fra sidste år}$$

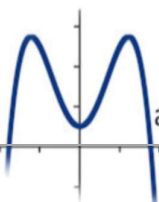
EN HUSKEREGEL KUNNE VÆRE:



Beregningen til vores eksempel ovenfor bliver derfor:

$$\frac{115000}{1 + 0,15} = 100000$$

Så sidste år blev det produceret **100.000** dimsedutter.



Opgave 11 ★★

Der er lagt 50% til et tal. Tallet er nu 150

a) *Hvad var tallet, inden de 50% blev lagt til?*

Opgave 12 ★★

Der er lagt 19% til et tal. Tallet er nu 159,46

a) *Hvad var tallet, inden de 19% blev lagt til?*

Der er lagt 195% til et tal. Tallet er nu 1274,4

b) *Hvad var tallet, inden de 195% blev lagt til?*

Der er trukket 16,5% fra et tal. Tallet er nu 824,5

c) *Hvad var tallet, inden de 16,5% blev trukket fra? (2 dec.)*

Opgave 13 ★★★

En pige sælger is hos Næsbjerg-is. Salget af is er steget med 15% i forhold til sidste weekend. I denne weekend er der solgt 161 is.

a) *Hvor mange is blev der solgt i sidste weekend?*

Opgave 14 ★★★

En pige er freelancejournalist. Hun tjener penge på at lave indslag, som hun sælger til TV2. Sidste års antal af indslag er faldet med 10%. I år har hun solgt 81 indslag.

a) *Hvor mange var der sidste år?*

Opgave 15 ★★★

Prisen for de 2 bøger "GeoGebra – en guide til geometriens fantastiske verden" og "WordMat – en lommeregner for viderekomne" er tilsammen 303,75 kr. Bogen om GeoGebra er 43 % dyrere end bogen om WordMat.

a) *Hvad koster bogen om GeoGebra?*

AKTIVMATEMATIK: AKTIVITET #30: PROCENT-STAFET<http://matematikbanken.dk/aktiv/30/>

Emne:	Basismatematik
Matematisk formål:	Eleverne får arbejdet med procentberegninger på en anden måde end ved et skolebord. Eleverne arbejder også med deres kommunikation, når de skal videregive oplysningerne fra opgaverne.
Didaktisk formål	Power break
Variationsmuligheder	Man kan nøjes med, kun at sætte labels på samlearket og ikke selve opgavearkene. Hvis man ikke vil lave labels, kan man skrive svarerne på samlearket. Evt. kan man lave et alm. print af labels, så eleverne kan få en indikation af, om deres resultatet er rigtig eller ej.
Primære kompetence(r)	Kommunikation, problembehandling og modellering
Materialer:	• 1 saks pr. gruppe • De 8 opgaverne udprintet (PDF http://matematikbanken.dk/L/202/) • 1 samleark pr. gruppe • 1 ark med labels til hver gruppe: http://matematikbanken.dk/L/199/ (Labels har formatet "Avery L7163" - 14 pr. ark 99,1 x 38,1 mm)
Tidsforbrug	Ca. 20 min
Antal personer:	3-4 pr. gruppe



LIGNINGER



- Forstår hvilken betydning lighedstegnet har i ligninger
- Kan løse simple ligninger i hånden
- Kan opstille, løse og konkludere på simple ligninger ud fra tekst
- Kan bruge WordMat til at løse ligninger
- Kan opstille og løse uligheder

Ligninger

Når man løser ligninger, handler det i bund og grund om at finde den ukendte værdi, som kan sættes ind på x'ets plads, således at der er "balance" mellem højre og venstre side af lighedstegnet.



Så man kan se ligninger som en vægt - hvor der skal være "ligevægt" på begge sider af lighedstegnet.

$5 = 5$	Her er der ligevægt
$4 = 5$	Her er der ikke ligevægt, der er noget galt
$x + 4 = 5$	Her er der ligevægt hvis $x = 1$

Regler:

- Du må lægge det samme tal til på begge sider af lig med
- Du må trække det samme tal fra på begge sider af lig med
- Du må gange med det samme tal på begge sider af lig med (Dog må tallet ikke være 0)
- Du må dividere med det samme tal på begge sider af lig med (Dog må tallet ikke være 0)
- (Du må sætte i samme potens på begge sider af lig med)
- (Du må tage den samme rod på begge sider af lig med)

HUSK:

Hvis du ganger eller dividerer, er det alle led, som skal ganges eller divideres!

Hvis du er usikker, kan du sætte hele udtrykket i parentes, inden du lægger til, trækker fra, ganger eller dividerer!

Bemærk:

Ofte bruger man bogstavet x til at vise, at der er en ukendt værdi.

Når man løser ligninger, handler det om at få 1 x til at stå alene, så man kan finde den ukendte værdi " x ".

- Når man løser ligninger, handler det om at få 1 x til at stå alene, så man kan finde den ukendte værdi " x ".
- Strategi:

Reducer

Samler x 'erne på den side, hvor der er flest x 'er.

Flyt "Tal uden x " til modsatte side

Eksempel

$$4x + 5 = 2x + 9$$

 $\Downarrow$

$$4x - 2x + 5 = 2x - 2x + 9$$

 $\Downarrow$

$$2x + 5 = 9$$

 $\Downarrow$

$$2x + 5 - 5 = 9 - 5$$

 $\Downarrow$

$$2x = 4$$

 $\Downarrow$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

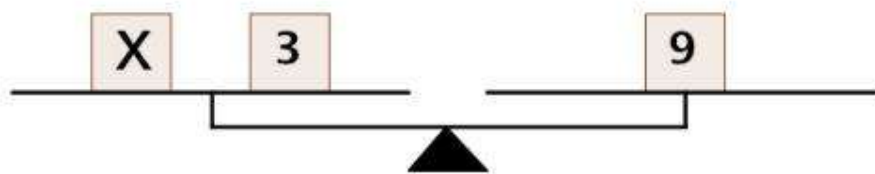
 $\Downarrow$

$$x = 2$$

OPGAVER

Opgave 1

a) Hvad er x ?

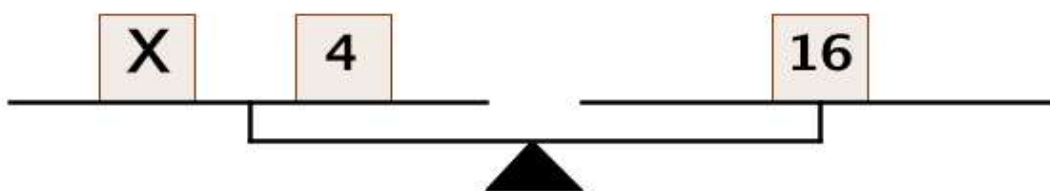


$$x + 3 = 9$$



$$x =$$

Hvad er x ?



$$x + 4 = 16$$



$$x =$$

Online øvelse

Ligevægts-visning


Basis


Tal


Variable


Måder


Løs den!

[Phet.colorado.edu](http://phet.colorado.edu)



Åbn: <http://matematikbanken.dk/L/342/>

Vælg løs den!

Start med level 1.

Opgave 2 ★ find x

- a) $1x + 2 = 3$
- b) $14 = x + 8$
- c) $2x = 4$
- d) $4x = x + 9$
- e) $2x + 5 = 4x + 1$

Opgave 3 ★★ find x

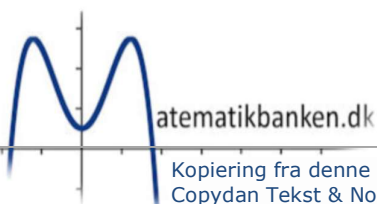
- a) $x + 3 = 6$
- b) $5x = 30$
- c) $37x - 34 = 3$
- d) $4x + 8 = 2x + 16$
- e) $\frac{1}{2}x = 1$
- f) $\frac{1}{5}x = 15$

Opgave 4 ★★

- a) *Hvorfor kan man ændre fortegn ved at gange eller dividere med -1?*

Opgave 5 ★★★ find x

- a) $12x - 15 = 3$
- b) $3x - 12 = 2x + 3$
- c) $\frac{1}{2}x = 4$
- d) $\frac{1}{4}x - 8 = 8$
- e) $\frac{1}{3}x = 15$
- f) $6x + 56 = 8x + 22$
- g) $3x - 12 = 5x - 24$
- h) $-4x - 15 = -2x + 7$



TEKST → LIGNING → LØSNING → KONKLUSION

Når man skal løse en tekstligning, skal man have oversat teksten til et matematisk udtryk og til sidst oversat løsningen på ligningen til et tekstsvar.

Eksempel 1

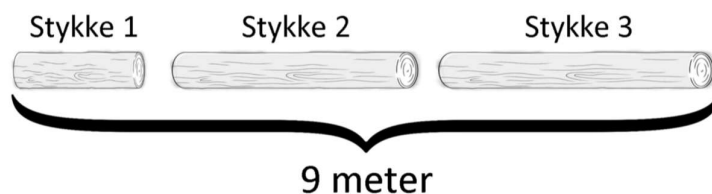
Freja har et fritidsjob, hvor hun står for at fælde træer i Sjølundskoven. Dem som køber træet, vil gerne have delt træstammen i 3 stykker.

- Stykke 1 kender Freja ikke længden på.
- Stykke 2 skal være 1 meter længere end stykke 1
- Stykke 3 skal være dobbelt så lang som stykke 1.

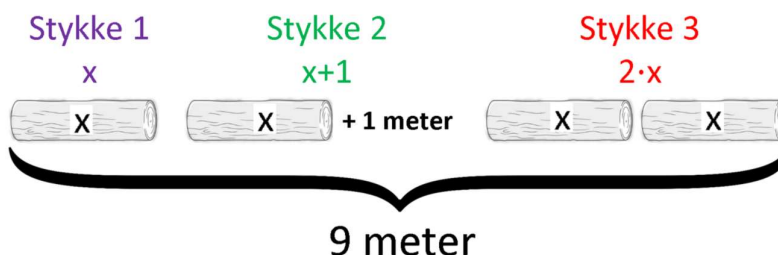
Træstammen er 9 meter

Hvor lange skal stykkerne være?

For at få en bedre forståelse af opgaven kan man evt. vise den som et billede.



Da vi ikke kender længden af stykke 1, kan vi vælge at sætte længden til værdien " x ".
 Da stykke 2 er en meter længere end stykke 1, kan vi sætte længden til værdien " $x+1$ ".
 Da stykke 3 er dobbelt så langt som stykke 1, kan vi sætte længden til værdien " $2 \cdot x$ ".



Da vi ved, at stykkerne samlet har en længde på 9 meter kan vi sætte vores værdier ind i en ligning (som evt. kan løses i et CAS-program)

$$x + (x + 1) + 2 \cdot x = 9$$

⇕

Ligningen løses for x vha. WordMat.

$$x = 2$$

Nu ved vi

- at længden af stykke 1 skal være 2 meter, da sætte længden af stykket til værdien x og $x = 2$.
- at længden af stykke 2 skal være 3 meter, da stykke 2 skal være en meter længere end stykke 1.
- at længden af stykke 3 skal være 4 meter, da stykke 3 skal være dobbelt så langt som stykke 1.

Eksempel 2

Her skal man først omsætte et stykke tekst til et matematisk udtryk.
Normalt bruger man x som et udtryk for den **ubekendte**.

Magnus har 5 køer og vil gerne have 20, hvor mange mangler han?

Det kan udtrykkes



$$5 + x = 20$$

Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 15$$

Svaret er "Magnus mangler 15 køer"

Eksempel 3

Ida og Marie går på samme efterskole, men kommer fra to forskellige steder i landet.
Tilsammen har de 138 km. Marie har 22 gange længere end Ida.

Hvor langt har Ida?

Hvor langt har Marie?

Hvis vi sætter Ida til at være x , så må Marie være $22x$.

Derfor kan det sættes op som denne ligning.



$$x + 22x = 138$$

Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 6$$

Så:

Ida (som vi satte til x) har 6 km

Marie (som vi satte til $22x$) har 132 km (fordi $22 \cdot 6 = 132$)

Opgave 6

(Skal løses ved hjælp af ligningsløsning i CAS-program)

- Du skal lægge et tal til 34, så det giver 50. Hvad er tallet?
- Du skal gange et tal med 4 og lægge 5 til, så det giver 61. Hvad er tallet?
- Du skal gange et tal med 7 og lægge 17 til, så det giver 115. Hvad er tallet?
- Du skal lægge 5 til et tal. Dette resultat skal du gange med 4, hvilket giver 60. Hvad er tallet?

Opgave 7

- a) Du skal finde tre tal, som kommer lige efter hinanden i talrækkefølgen (eks. 1, 2 og 3) og som til sammen giver 30. Hvad er tallene?

Opgave 8

- a) Du skal finde tre tal, som kommer lige efter hinanden i talrækkefølgen (eks. 1, 2 og 3) og som til sammen giver 39. Hvad er tallene?
- b) Du skal finde fire tal, som er hvert andet tal i talrækkefølgen (eks. 2, 4, 6 og 8) og som tilsammen giver 180. Hvad er tallene?
- c) Du skal finde to tal, hvor det ene tal er 4 gange så stort som det andet og hvor forskellen på de to tal er 39. Hvad er tallene?
- d) I et kvadrat er arealet 256 cm^2 . Hvad er sidelængden?

Opgave 9 enkelte svar er skrevet i ()

- a) Gottlieb Williamsen og hans far er til sammen 60 år. Gottliebs far er 3 gange så gammel som Gottlieb. Hvor gammel er Gottlieb?
- b) Da Daniel Rasmussen blev født, var hans far 28 år. Hans far er nu 3 gange så gammel som Daniel. Hvor gammel er Daniel?
- c) Nikoline skal til Skagen for at se kirken, som sander til. Hun har 190 kr. til turen. De 190 kr. svarer til 12,5% af det samlede beløb, som skal bruges på rejsen. Hvad er det samlede beløb, som Nikoline skal samle ind?
- d) Et rektangel har arealet $220,5 \text{ cm}^2$ og længden er 4,5 gange så stor som bredden. Hvad er længden og bredden? (7 og 31,5)
- e) En kasses rumfang er 3375 cm^3 . Find kassens højde, længde og bredde når længde er dobbelt så lang som bredden. Og bredden er dobbelt så lang som højden. (7,5, 30 og 15)
- f) Søren Zobel har sine penge stående i Stoholm Sparekasse, der giver ham 6% p.a. i rente. Sparekassen hæver renten til 6,5 % p.a. hvorved Søren's årlige renteindtægt stiger med 10,50 kr. Hvor mange penge har Søren stående i banken? (2100)

Opgave 10 ★★★★★ svaret er skrevet i ()

- a) Du skal finde et tal, som giver 1 mere når du dividerer det med 8, end når du dividerer det med 9. Hvad er tallet? (72)
- b) Et rektangel har et areal som er 8 gange så stort som omkredsen. Bredden er 20 cm. Hvad er længden? (80)
- c) Hvis man forlænger hver side i et kvadrat med 3 cm., bliver arealet 81 cm^2 . Hvad er længden i det oprindelige kvadrat? (6)
- d) Hvis man forlænger hver side i et kvadrat med 3 cm., bliver arealet 81 cm^2 større. Hvad er længden i det oprindelige kvadrat? (12)
- e) I 1999 kørte der i gennemsnit 15022 biler over Storebæltsbroen pr. døgn. Fra 1998 til 1999 var antal biler i døgnet steget med 1,5%. Hvor mange biler kørte der i gennemsnit pr. døgn over Storebælt i 1998? (14800)

AKTIVMATEMATIK: AKTIVITET #19: LIGNINGER I RÆKKEFØLGE

<http://matematikbanken.dk/aktiv/19/>



Emne: Basismatematik	
Matematisk formål:	Træne ligningsløsning
Didaktisk formål:	Sjove gentagelser
Variationsmuligheder	Lave det til en konkurrence i klassen, hvilken gruppe gør det hurtigst
Primære kompetence(r)	Ræsonnementskompetencen
Materialer:	Ark med ligninger - 1 pr. gruppe, saks
Tidsforbrug	15 min
Antal personer:	2-3 personer i hver gruppe

ULIGHEDER

De fleste regler for løsning af ligninger gælder også for løsning af uligheder.
Det vil sige, at man må...

- Gange
- Dividere
- Lægge til
- Trække fra

...med det samme tal på begge sider (dog ikke 0).

DOG skal man være opmærksom på, at:

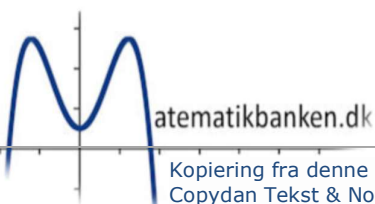
- hvis man ganger eller dividerer med et negativt tal, så "vender man uligheden".
 - Så ">" bliver til "<" og "<" bliver til ">".
 - Eks: " $5 < x$ " bliver til " $-5 > -x$ " når man ganger med "-1"
- man kan ikke bytte om på højre og venstre side på samme måde, som ved ligninger.
 - Eks. er " $x=5$ " det samme som " $5=x$ ".
 - MEN** " $x < 5$ " er **IKKE** det samme som " $5 < x$ "
- ofte er løsningen af en ulighed en gruppe af tal.
 - Derfor kan man ofte angive løsningen i et interval.
 - Eks: løsningen til " $5 < x$ " er $]5; \infty[$
 - Eks: løsningen til " $5 \leq x$ " er $[5; \infty[$

OPGAVER

Opgave 1

Løs ulighederne:

Eksempel: $4x - 7 \geq 2x + 3$ $\Downarrow$ $4x - 2x - 7 \geq 2x - 2x + 3$ $\Downarrow$ $2x - 7 + 7 \geq 3 + 7$ $\Downarrow$ $2x \geq 10$ $x \geq 5$	Opgave a) $x + 4 > 5$	Opgave b) $2x < 6$	Opgave c) $5x \geq 10$	Opgave d) $15 + x \geq 2x$	Opgave e) $-x + 3 < 5$
--	--------------------------	-----------------------	---------------------------	-------------------------------	---------------------------



TEKSTOPGAVER TIL ULIGHEDER

Introduktion

Mila, Marcus og Matilde skal deltage i en stafet-løbe-konkurrence. Holdet kalder sig "M&Ms".

Det er Marcus' drøm, at de 3 elever tilsammen løber under 3 timer.

Fra træningen ved de 3 elever, at:

- Mila løber 4 min. hurtigere end Marcus.
- Matilde løber 7 min. langsommere end Marcus.

Hvor hurtigt skal Marcus mindst løbe?

Vi kalder Marcus for (x) . Derfor bliver Mila $(x-4)$ og Matilde bliver $(x+7)$

Tilsammen skal elevernes tider være mindre end 180 min.

Uligheden bliver så:

$$180 > (x) + (x-4) + (x+7)$$

$$\Downarrow$$

$$180 > x + x - 4 + x + 7$$

$$\Downarrow$$

$$180 > 3x + 3$$

$$\Downarrow$$

$$177 > 3x$$

$$\Downarrow$$

$$59 > x$$

Det vil sige, at Marcus skal løbe på mindre end 59 min.

(Mila skal løbe på mindre end: $59-4=55$ min. og Matilde skal løbe på mindre end: $59+7=66$ min.)

Opgave 2 ★

Nete får en løn på 75 kr. i timen.

Gro får 50 kr. i timen og derudover 500 kr. ekstra.

Hvor mange timer skal Nete minimum arbejde for at tjene mest?

a) *Opstil en ulighed for problemet og beregn løsningen.*

Opgave 3 ★★

Simon fisker hver weekend i den lokale sø.

Han kan fiske i længere tid lørdag end fredag. Derfor fanger han normalt dobbelt så mange fisk lørdag i forhold til fredag.

Søndag er lidt bedre end fredag. Så søndag fanger han normalt 20% flere fisk end fredag.

Han satser på at fange mindst 50 fisk i løbet af weekenden.

Hvor mange fisk skal han fange fredag, hvis han går ud fra, at fordelingen mellem fredag, lørdag og søndag passer på denne weekend?

a) *Opstil en ulighed for problemet og beregn løsningen.*



Billede lavet af Matematikbanken vha. Dall-E

Opgave 4 ★★★

Liva finder rav ved den lokale strand i weekenden.

Hun finder ofte 12% mindre fredag end søndag og 9% mindre søndag end lørdag.

Hendes mål er at finde mindst 35 stykker rav på en weekend.

Hvor mange stykker bør hun finde fredag, hvis hun går ud fra, at fordelingen mellem fredag, lørdag og søndag passer på denne weekend?

a) *Opstil en ulighed for problemet og beregn løsningen.*

OMSKRIVNING AF FORMLER

Nogle gange kan det være en fordel, hvis man kan omskrive formlen, så man isolerer det, som man gerne vil finde.

At isolere betyder, at man har "det isolerede" stående alene på den ende side af lighedstegnet.

Bemærk: Ofte er det lettere at lave med blyant og papir end på computer.

Eksempel 1

Vi vil gerne omskrive formlen $Fart = \frac{Afstand}{Tid}$ så **afstand** er isoleret.

$$\begin{aligned}
 &Fart = \frac{Afstand}{Tid} \\
 &\Downarrow \\
 &Fart \cdot Tid = \frac{Afstand}{Tid} \cdot Tid \\
 &\Downarrow \\
 &Fart \cdot \cancel{Tid} = \frac{Afstand}{\cancel{Tid}} \cdot \cancel{Tid} \\
 &\Downarrow \\
 &Fart \cdot Tid = Afstand \\
 &\Downarrow \\
 &Afstand = Fart \cdot Tid
 \end{aligned}$$

Så nu har vi vist, at $Fart = \frac{Afstand}{Tid}$ kan omskrives til $Afstand = Fart \cdot Tid$

Eksempel 2

Omskriv $Areal = r^2 \cdot \pi$ til $r = \sqrt{\frac{Areal}{\pi}}$

$$\begin{aligned}
 Areal &= r^2 \cdot \pi \\
 \Downarrow \\
 \frac{Areal}{\pi} &= \frac{r^2 \cdot \pi}{\pi} \\
 \Downarrow \\
 \frac{Areal}{\pi} &= \frac{r^2 \cdot \cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} \\
 \Downarrow \\
 \frac{Areal}{\pi} &= r^2 \\
 \Downarrow \\
 \sqrt{\frac{Areal}{\pi}} &= \sqrt{r^2} \\
 \Downarrow \\
 \sqrt{\frac{Areal}{\pi}} &= r \\
 \Downarrow \\
 r &= \sqrt{\frac{Areal}{\pi}}
 \end{aligned}$$

OPGAVER**Opgave 1** **Omskrivning af formler**

a) Vis hvordan $Afstand = Fart \cdot Tid$ kan omskrives til $Tid = \frac{Afstand}{Fart}$

Opgave 2

a) Omskriv $Massefylde = \frac{Masse}{Rumfang}$ til $Masse = Massefylde \cdot Rumfang$

b) Omskriv $Massefylde = \frac{Masse}{Rumfang}$ til $Rumfang = \frac{Masse}{Massefylde}$

Opgave 3



a) Omskriv $Omkreds = 2 \cdot r \cdot \pi$ til $r = \frac{Omkreds}{2 \cdot \pi}$

b) Omskriv $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ til $h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$

c) Omskriv $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ til $r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$

Opgave 4



a) Omskriv $A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$, så a er isoleret

b) Omskriv $a^2 + b^2 = c^2$, så a er isoleret

c) Omskriv $V = s^3$, så s er isoleret

d) Omskriv $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, så r er isoleret

Opgave 5

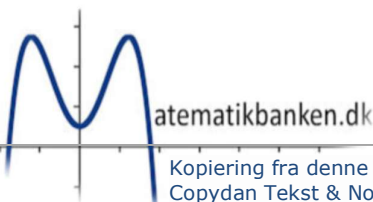


e) Vis at $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ kan omskrives til $\sqrt{a \cdot b} = x$

f) Omskriv $K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$, så K_0 er isoleret

g) Omskriv $K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$, så r er isoleret

h) Omskriv $K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$, så n er isoleret (Hint: $\log a^x = \log a \cdot x$)



BEVIS MED LIGNINGER

Matematiske trylletricks

Vælg et **tilfældigt tal**. (Gerne et helt positivt tal mellem 1-9)

Læg **1** til tallet.

Gang resultatet med **6**.

Divider dette resultat med **3**.

Fratræk det **dobbelte af det tal, som du startede med**.

Nu tænker du på tallet 2.

Det er jo den rene magi...Eller er det?

Virker dette "matematiske trylletrick" altid?

Vi prøver at sætte det op som en ligning, hvor vi sætter **tallet vi starter med at vælge** som **x**.

$$\begin{aligned} \frac{(x + 1) \cdot 6}{3} - 2x &= \text{Tallet til slut} \\ \Downarrow \\ \frac{6x + 6}{3} - 2x &= \text{Tallet til slut} \\ \Downarrow \\ 2x + 2 - 2x &= \text{Tallet til slut} \\ \Downarrow \\ 2 &= \text{Tallet til slut} \end{aligned}$$

Så **tallet til slut** vil altså altid være **2** ligegyldigt, hvilket tal man starter med at tænke på.

OPGAVER

Opgave 1

- 1) Vælg et tilfældigt helt tal.
- 2) Læg 3 til dette tal.
- 3) Gang resultatet med 8.
- 4) Fratræk det dobbelte af tallet, som du valgte i starten.
- 5) Divider resultatet med 6.
- 6) Fratræk tallet du valgte i starten.
- 7) Nu tænker du på tallet 4

Er det rigtigt, at det altid giver 4?

Opgave 2

Summen af 3 på hinanden følgende hele tal giver altid et helt tal, når summen deles med 3.

- a) Begrund ved hjælp af ligninger, hvorfor summen af 3 på hinanden følgende tal altid giver et helt tal, når summen deles med 3 (fx. $101+102+103=306$, som siger $\frac{306}{3} = 102$)

Opgave 3

Summen af 3 på hinanden følgende hele og lige tal giver altid et helt tal, når summen deles med 6.

- a) Begrund ved hjælp af ligninger, hvorfor summen af 3 på hinanden følgende hele og lige tal altid giver et helt tal, når summen deles med 6

Opgave 4

En gammel huskeregel lyder, at man kan gange 11 med et to-cifret tal ved at sætte summen af de to cifre ind mellem de to cifre i tallet (som skal ganges med 11).

Eks. $11 \cdot 34 = 374$, da $3+4$ giver 7 og når 7 sættes mellem 3 og 4, så får man 374.

Hvis summen af de to cifre giver et tal, som er 10 eller større, så gør man det første ciffer 1 større og sætter derefter den del af summen, som er større end 10, mellem de to cifre.

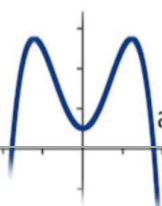
Eks. $11 \cdot 57 = 627$, da $5+7$ giver 12 og derfor skal der lægges 1 til cifret 5, hvilket giver 6. 2-tallet skal sættes mellem 6 og 7.

- a) Begrund ved hjælp af ligninger, at denne huskeregel altid gælder

POTENS OG RØDDER



- Kan forklare, hvad potens er
- Kan forklare, hvad rødder er
- Kan anvende regneregler i forbindelse med potens
- Kan anvende regneregler i forbindelse med rødder



POTENS

Potens er en måde at repræsentere et produktet, når samme faktor indgår et bestemt antal gange i en multiplikation.

a^n betyder, at faktoren a skal indgå n antal gange i multiplikationen.

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a, \text{ hvor } a \text{ indgår som faktor } n \text{ antal gange.}$$

Navne på de forskellige dele

Potens $\rightarrow a^n$

Eksponenten (viser på n)

Grundtallet (viser på a)

a kaldes for *grundtallet, basen eller roden*

n kaldes for *potenseksponenten eller eksponenten*.

Eksempel:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

- **Grundtallet er 3**, hvilket viser, at det er tallet 3, som skal indgå som faktor.
- **Eksponenten er 4**, hvilket viser antal gange, grundtallet indgår som faktor.
- Produktet er 81, hvilket viser, at $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ giver produktet 81.

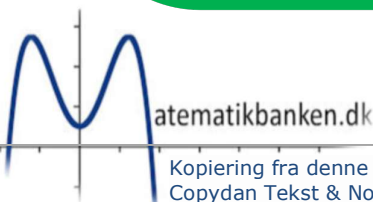
Titals-potenser kan bruges til at beskrive meget store eller meget små tal

$10^0 =$	1	(Et ettal efterfuldt af 0 nuller)	
$10^1 =$	10	(Et ettal efterfuldt af 1 nul)	tiere
$10^2 =$	100	(Et ettal efterfuldt af 2 nuller)	hundrede
$10^3 =$	1000	(Et ettal efterfuldt af 3 nuller)	tusinde
$10^4 =$	10.000	(Et ettal efterfuldt af 4 nuller)	
$10^5 =$	100.000	(Et ettal efterfuldt af 5 nuller)	
$10^6 =$	1.000.000	(Et ettal efterfuldt af 6 nuller)	million
$10^9 =$	1.000.000.000	(Et ettal efterfuldt af 9 nuller)	milliard
$10^{12} =$	1.000.000.000.000	(Et ettal efterfuldt af 12 nuller)	billion
$10^{15} =$	1.000.000.000.000.000	(Et ettal efterfuldt af 15 nuller)	billiard

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0,1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$



POTENSREGLER

Et grundtal med en eksponent ganget med samme grundtal med en anden eksponent

$$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$$

$$\text{Eks. } 4^5 \cdot 4^2 = 4^{5+2} = 4^7 = 16384$$

Et grundtal med en eksponent divideret med samme grundtal med en anden eksponent

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\text{Eks. } \frac{4^5}{4^2} = 4^{5-2} = 4^3 = 64$$

Et grundtal med en eksponent, som opløftes i en anden potens

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

$$\text{Eks. } (2^5)^2 = 2^{5 \cdot 2} = 2^{10} = 1024$$

Et grundtal med en eksponent ganget med et andet grundtal med samme eksponent

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\text{Eks. } 4^3 \cdot 2^3 = (4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512$$

Et grundtal med en eksponent divideret med et andet grundtal med samme eksponent

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\text{Eks. } \frac{4^3}{2^3} = \left(\frac{4}{2}\right)^3 = (2)^3 = 8$$

En potens, hvor grundtallet er en brøk

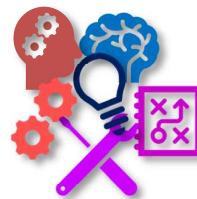
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\text{Eks. } \left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{4^3}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$$

Et grundtal med en negativ eksponent

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{Eks. } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$$

AKTIVMATEMATIK: AKTIVITET #33: POTENS-KONKURRENCE<http://matematikbanken.dk/aktiv/33/>

Emne:	Basismatematik
Matematisk formål:	Eleverne får arbejdet med værdi af potens og rødder
Didaktisk formål	Sjov gentagelse
Variationsmuligheder	-
Primære kompetence(r)	Symbolbehandling- og repræsentationskompetencen.
Materialer:	Print mindst 2 bunker af de 25 tal. - 1 tal pr. ark: http://matematikbanken.dk/L/213/ - 2 tal pr. ark: http://matematikbanken.dk/L/214/ - 4 tal pr. ark: http://matematikbanken.dk/L/215/
Tidsforbrug	Ca. 5 min
Antal personer:	Min. 2 grupper. Gruppestørrelse på ca. 12 elever

Opgave 1 ★

Angiv som en potens

Eks. $3 \cdot 3 = 3^2$

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$

Opgave 2 ★

Angiv som faktorer

Eks. $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

a) $4^2 =$

b) $2^1 =$

c) $10^2 =$

d) $10^3 =$

Opgave 3 ★

Angiv numerisk værdi

Eks. $3^2 = 9$

a) $1^{89} =$

b) $2^3 =$

c) $10^2 =$

d) $10^3 =$

e) $\frac{10^4}{10^2} =$

f) $\frac{10^2}{10} =$

Opgave 4 ★ ★

Angiv som faktorer

a) $2^5 =$

Opgave 5 ★ ★

Angiv som en potens

a) $4^4 \cdot 4^3 =$

b) $6^2 \cdot 2^2 =$

c) $\frac{5^5}{5^3} =$

d) $\frac{1\,000\,000}{10^3} =$

e) $\frac{a^5}{a^3} =$

f) $d^4 \cdot d^2 =$

Opgave 6 ★ ★

Angiv numerisk værdi

a) $3^5 =$

b) $(-2)^2 =$

c) $-2^2 =$

d) $3^4 \cdot 3^{-3} =$

Opgave 7 ★ ★

Skriv tallet som tekst

Eks. $(10)^2 = \text{Hundrede}$

a) $1 \cdot 10^6 =$

b) $1 \cdot 10^9 =$

c) $1 \cdot \frac{10^9}{10^3} =$

Opgave 8 ★ ★

Angiv numerisk værdi

a) $1,17 \cdot 10^4 =$

b) $117 \cdot 10^{-2} =$

c) $0,117 \cdot 10^5 =$

d) $\frac{1,17 \cdot 10^{12}}{1,17 \cdot 10^{11}} =$

e) $\left(\frac{1}{10}\right)^2 =$

f) $0,5^2 =$

Opgave 9 ★ ★ ★

Angiv numerisk værdi

a) $\left(\frac{2}{4}\right)^2 =$

b) $\frac{1000}{10^2} =$

c) $10^{-2} =$

d) $(4^2)^2 =$

e) $\left(\frac{6^3}{6^2}\right)^2 =$

f) $5^{-2} =$

Opgave 10 ★ ★ ★

Angiv som potens

a) $\frac{f^7}{f^3} =$

b) $b^5 \cdot b^3 =$

c) $i^6 \cdot i^{-3} =$

d) $\frac{3^4}{3^{-3}} =$

e) $\left(\frac{x^2}{y}\right)^3 =$

Opgave 11 ★ ★ ★

Find x

Eks. $x^2=9$, $x=3$

a) $x^3 = 8$, $x=$

b) $x^4 = 81$, $x=$

c) $x^3 \cdot x^3 = 2^6$, $x=$

d) $\frac{x^{27}}{x^2} = 130^{25}$, $x=$

Opgave 12 ★ ★ ★

Omskriv til 10'er potens

Eks. $1100 = 1,1 \cdot 10^3$

a) $1\,230\,000 =$

b) $999\,000 =$

Opgave 13



Reducer/beregn

a) $4^0 =$

b) $\frac{i^6 \cdot i^3}{i^2} =$

c) $9^{\frac{1}{2}} =$

d) $\frac{1}{7^{-2}} =$

e)

f) $\frac{i^6 \cdot i^3}{i^{-2}} =$

Opgave 14

Fra Solen til Jorden er der $1,47 \cdot 10^8$ kmFra Solen til Pluto er der $4,44 \cdot 10^9$ km

a) Hvor mange gange længere er afstanden mellem Solen og Pluto i forhold til Solen og Jorden?

Opgave 15



I Viborg Kommune (som har et indbyggertal på $9 \cdot 10^4$) produceres der årligt $2,7 \cdot 10^5$ MWh
(MegaWatt-timer = 1 million watt-timer)

Produktionen svarer til ca. $1\frac{1}{2}$ gang det samlede årsforbrug i Viborg.a) Hvad svarer $2,7 \cdot 10^5$ MWh til i kWh (kiloWatt-timer = 1 tusinde watt-timer)?

b) Hvor mange kWh bruger hver indbygger i Viborg om året?

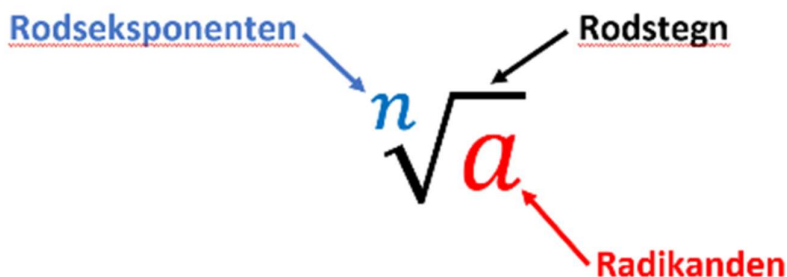
RØDDER

INTRODUKTION

Rødder indenfor matematik betyder, at man skal finde den faktor, som indgår et bestemt antal gange i en multiplikation, hvor produktet har samme værdi, som tallet under rodstegnet.

Man kan skrive det som $\sqrt[n]{a}$, hvor n er antallet af gange samme faktor skal indgå i en multiplikation, for at få værdien a som produkt. Det er værdien af denne faktor, som man er interesseret i at finde, når man arbejder med rødder.

Navne på de forskellige dele:



Eksempel:

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

Når faktoren 3 indgår 4 gange i en multiplikation, så giver det 81. ($3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$)
Derfor er værdien af $\sqrt[4]{81} = 3$

NAVNE PÅ RØDDER

Hvis man skal snakke om eksemplet ovenfor, så omtales $\sqrt[4]{81}$ som "Den 4. rod af 81".
Men ofte vil man kun skulle arbejde med enten kvadratroden som er den 2. rod eller kubikroden, som er den 3. rod.

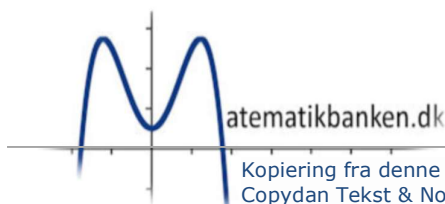
Kvadratroden - $\sqrt{x}$

Kvadratroden vil sige, at man skal finde det tal, der indgår som faktor 2 gange i en multiplikation, som giver den værdi, som står under rodstegnet. Umiddelbart vil det sige, at man finder "Den 2. rod af et tal", hvilket kan skrives således $\sqrt{x}$. Men ofte vil man undlade at skrive 2-tallet og bare skrive $\sqrt{x}$.

Eksempel:

$$\sqrt{25} = 5$$

Det giver tallet 5. Det gør det fordi, at når 5 indgår 2 gange i en multiplikation, så giver det 25.



- $5 \cdot 5 = 25$

Kubikroden - $\sqrt[3]{x}$

Kubikroden vil sige, at man skal finde det tal, der indgår som faktor 3 gange i en multiplikation, som giver den værdi, som står under rodstegnet. Umiddelbart vil det sige, at man finder "Den 3. rod af et tal", hvilket kan skrives således $\sqrt[3]{x}$.

Eksempel:

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

Det giver tallet 4. Det gør det fordi, at når 4 indgår 3 gange i en multiplikation, så giver det 64.

- $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

REGLER FOR RØDDER

Kvadratroden af et produkt

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Eksempel:

$$\sqrt{64 \cdot 81} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{81} = 8 \cdot 9 = 72$$

Produktet af kvadratrødder

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Eksempel:

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$$

Division af to kvadratrødder

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Eksempel:

$$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{28}{7}} = \sqrt{4} = 2$$

Kvadratroden af en division

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Eksempel:

$$\sqrt{\frac{144}{9}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}} = \frac{12}{3} = 4$$

Opgaver

Opgave 16



- a) $\sqrt{4} =$
- b) $\sqrt{36} =$
- c) $\sqrt[3]{27} =$
- d) $\sqrt[5]{32} =$

Opgave 17



- a) $\sqrt{961} =$
- b) $\sqrt[3]{4913} =$

Opgave 18



- a) $\sqrt{81} =$
- b) $\sqrt{144} =$
- c) $\sqrt[3]{125} =$
- d) $\sqrt[4]{10000} =$

Opgave 19



- a) $\sqrt{3080,25} =$
- b) $\sqrt[3]{12812,904} =$

Opgave 20



- a) $\sqrt{169} =$
- b) $\sqrt{0,25} =$
- c) $\sqrt[3]{216} =$
- d) $\sqrt[4]{625} =$

Opgave 21



- a) $\sqrt{2074,8025} =$
- b) $\sqrt[5]{15899961,26} =$

SAMMENHÆNG MELLE POTENS OG RØDDER

Bemærk at der er følgende sammenhæng mellem potens og rødder

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Eksempler

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[n]{a^p} = (a^p)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{p \cdot 1}{n}} = a^{\frac{p}{n}}$$

Eksempel

$$\sqrt[4]{9^2} = (9^2)^{\frac{1}{4}} = 9^{\frac{2 \cdot 1}{4}} = 9^{\frac{2}{4}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

AKTIVMATEMATIK: AKTIVITET #32: FANGELEG TIL POTENS<http://matematikbanken.dk/aktiv/32/>

Emne:	Basismatematik
Matematisk formål:	Eleverne får arbejdet med potensberegninger, så de kan huske potenstal med grundtallet fra 1-5 og eksponenten 1-5. Derved bliver det lettere at arbejde med rødder, når eleven ved at $3^5 = 243$, så kan eleven måske overføre det til arbejde med rødder og kan huske at $\sqrt[5]{243} = 3$, uden at de skal have fat i computer eller lommeregner. Dette vil især være en fordel i forhold til opgaver uden brug af hjælpemidler og overslagsregning. Derudover vil der i denne aktivitet kunne laves en strategi for at vinde, hvilket er en måde at arbejde med ræsonnementskompetencen.
Didaktisk formål	Power Break
Variationsmuligheder	Se i selv beskrivelsen
Primære kompetence(r)	Ræsonnement og symbolbehandling
Materialer:	Kort (Som skal printes og klippes)
Tidsforbrug	Ca. 20 min
Antal personer:	5-7 pr. gruppe